



MORFOLOGIJA KRISTALA

Mineralogija ZOK

Prof. dr. sc. Nenad Tomašić

Sadržaj

- kristal
- kristalna forma
- kristalna zona
- zakon o stalnosti kutova među kristalnim plohamama
- sferna projekcija kristala
- stereografska projekcija kristala
- označavanje kristalnih ploha – Millerovi indeksi
- kristalne klase (razredi)

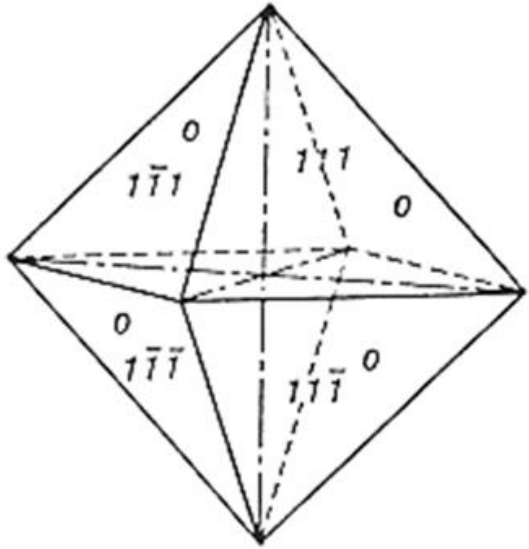
Morfologija kristala

- kristal je kruto anizotropno homogeno tijelo pravilne unutrašnje građe za koju je karakteristična trodimenzionalna periodičnost
- na kristalima se uočavaju PLOHE, BRIDOV I VRHOVI

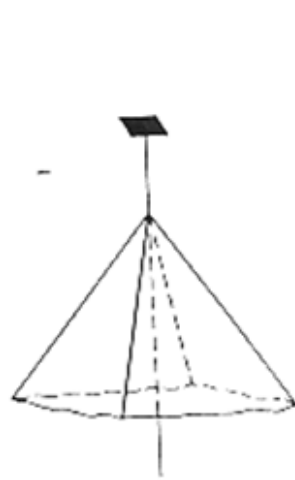
KRISTALNA FORMA

- kristalnu formu čini skup simetrijski identičnih ploha
- simetrijski identične plohe = plohe nastale djelovanjem elemenata simetrije koji su prisutni na promatranom kristalu
- forme mogu biti OTVORENE I ZATVORENE
- ZATVORENE – same mogu zatvoriti prostor
- OTVORENE – ne mogu same zatvoriti prostor kako ih god produljili
- kad opisujemo kristal, mi navodimo koje su forme na njemu prisutne

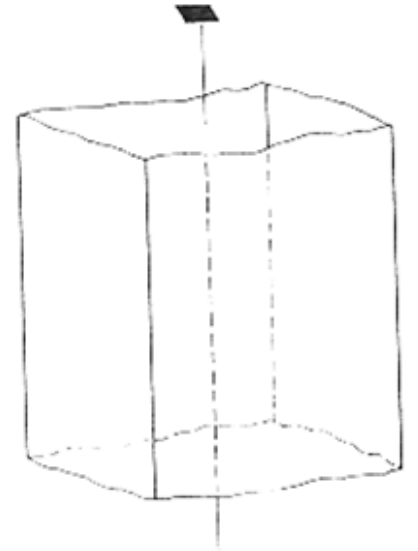
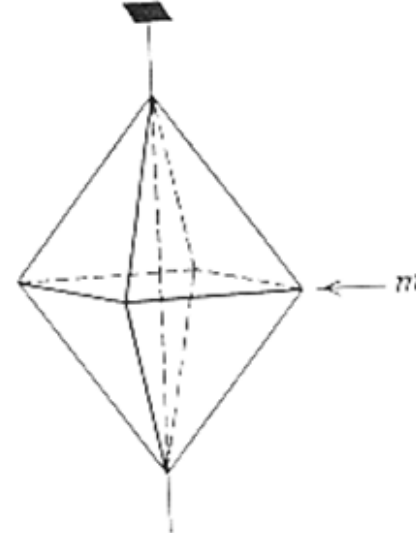
Primjeri kristalnih formi



oktaedar



piramida - dipiramida

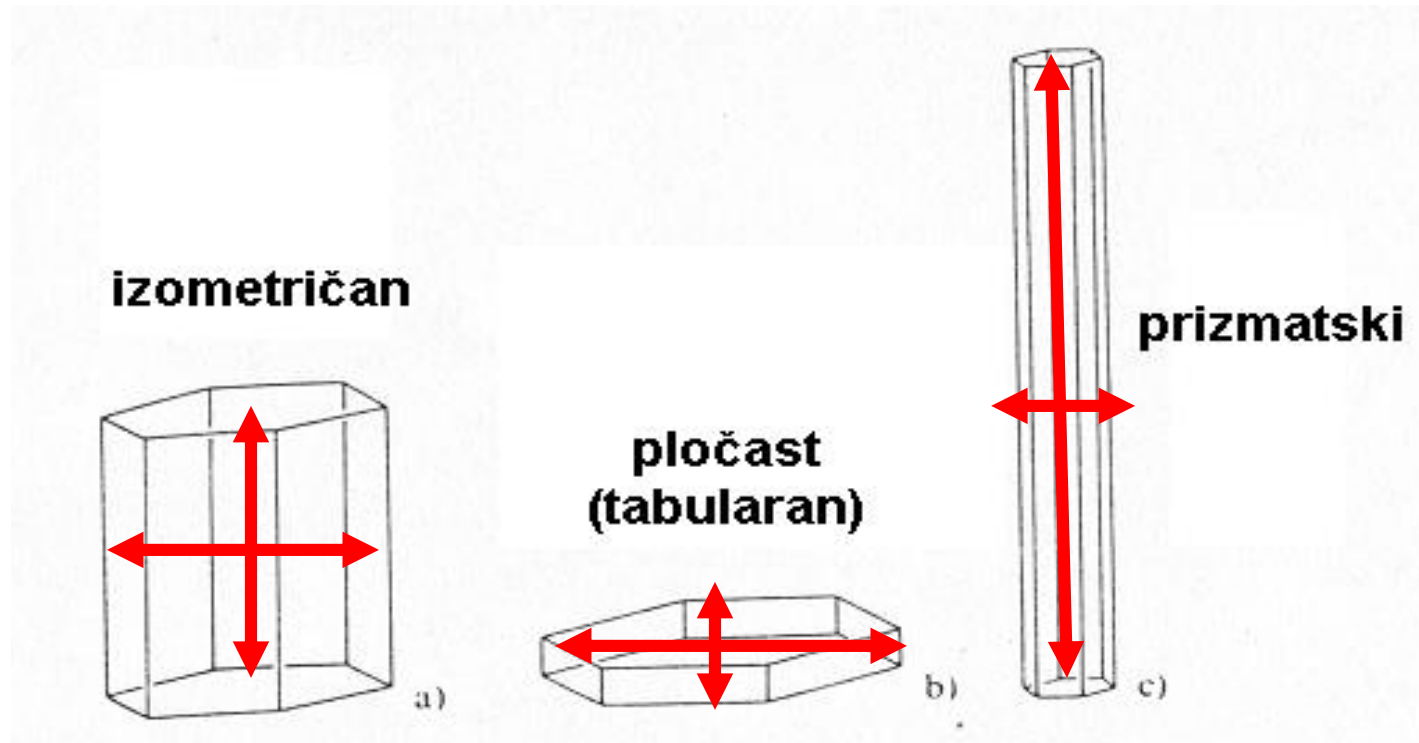


prizma

Kristalni HABITUS

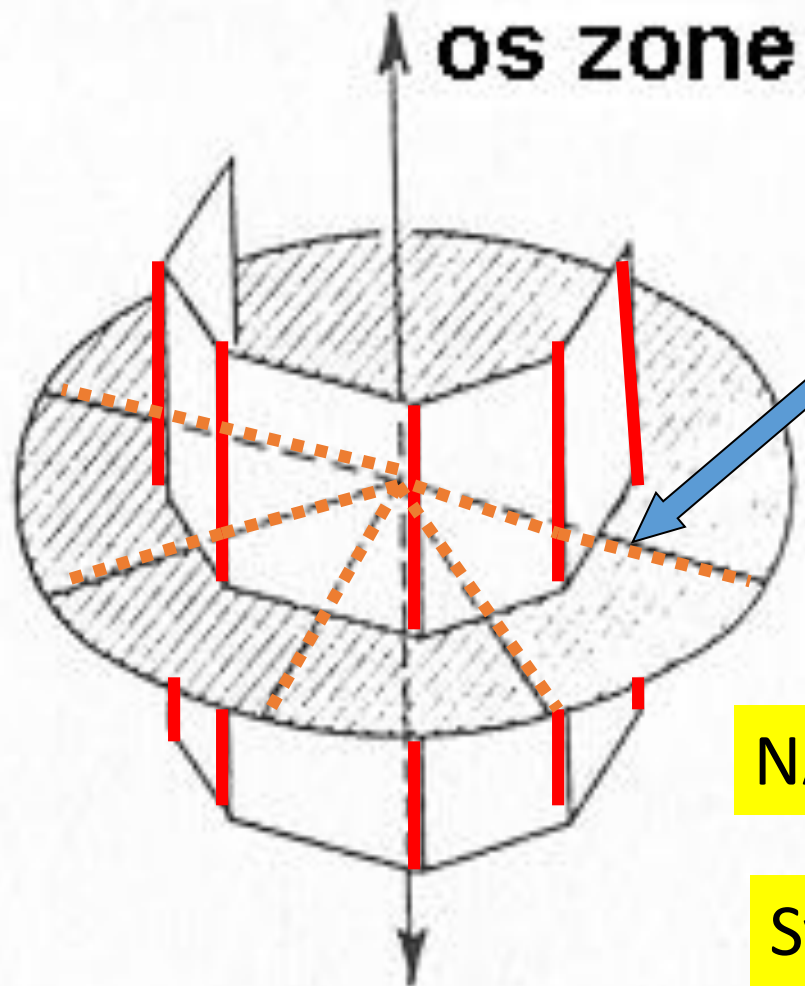
- opisuje relativnu veličini ploha na kristalu → opći oblik kristala
- posljedica vanjskih utjecaja na rast kristala

Primjeri:



KRISTALNE ZONE

- zonu čini skup ploha koje se sijeku u paralelnim bridovima
→ zonu čine sve plohe koje su paralelne s nekim pravcem
- ti paralelni bridovi paralelni su pravcu koji prolazi kroz središte kristala i naziva se OS ZONE → plohe su paralelne s osi zone
- zonu definiraju bilo koje dvije neparalelne plohe, jer postoji samo jedan pravac s kojim su obje paralelne
- okomito na os zone nalazi se ravnina koja se naziva ZONSKA RAVNINA



NORMALE (okomice) ploha koje leže u istoj zoni nalaze u zonskoj ravnini te zone!!!

NAJMANJE DVIJE PLOHE određuju jednu zonu.

Svaka ploha nalazi se BAREM U DVIJE ZONE!

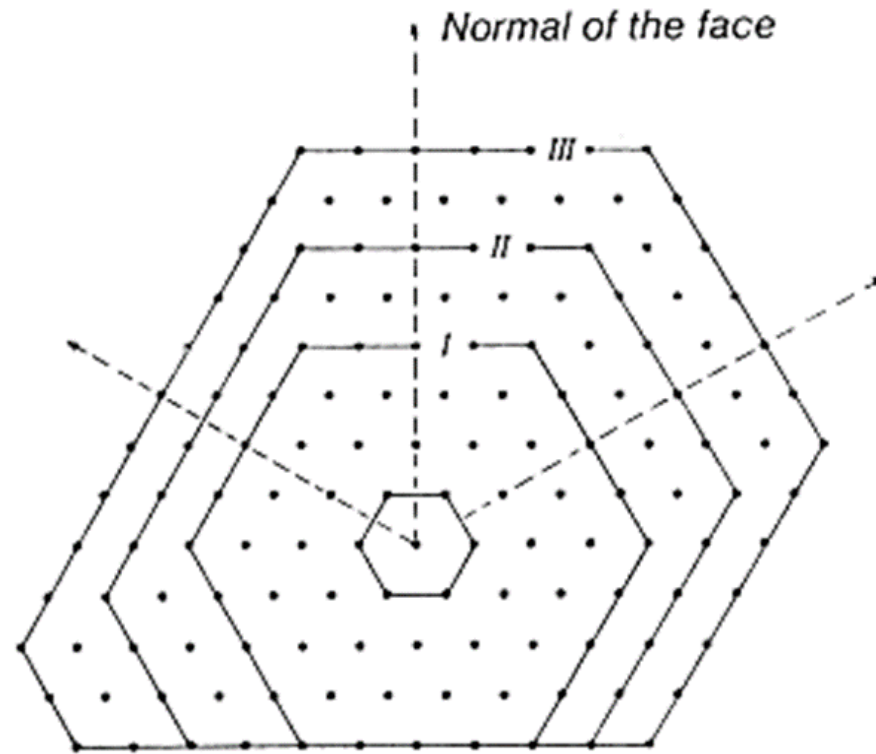
(3. kristalografski zakon)

Zakon o stalnosti kutova među kristalnim plohamama (1. kristalografski zakon)

U različitim uzorcima istog minerala, kutovi između odgovarajućih ploha su isti pri konstantnoj temperaturi i tlaku.

→ ZAKON O STALNOSTI KUTEVA (Nicolaus Steno/Niels Stensen, 1669)

→ Kutovi među plohamama karakteriziraju kristal → mogu definirati simetriju → može se koristiti pri identifikaciji minerala



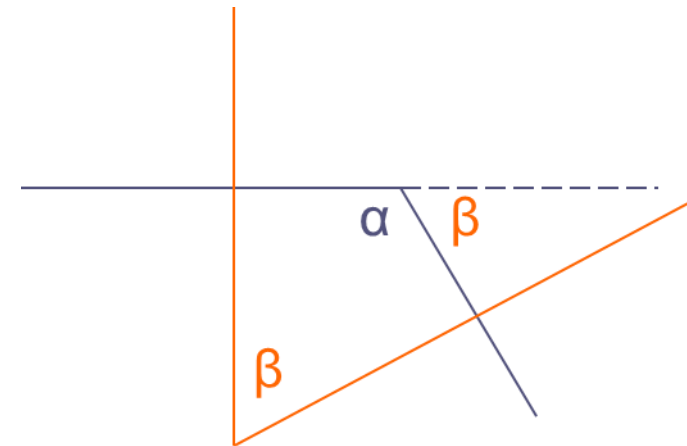
Kristalne plohe pomiču se pri rastu uvijek paralelno svom prvotnom položaju i uvijek su paralelne s mrežnim ravninama, koje imaju uvijek isti položaj određen parametrima jedinične ćelije karakterističnim za pojedine minerale.

Mjerenje kutova među plohami

GONIOMETAR – uređaj za mjerenje kutova među plohami kristala

Goniometar može biti:

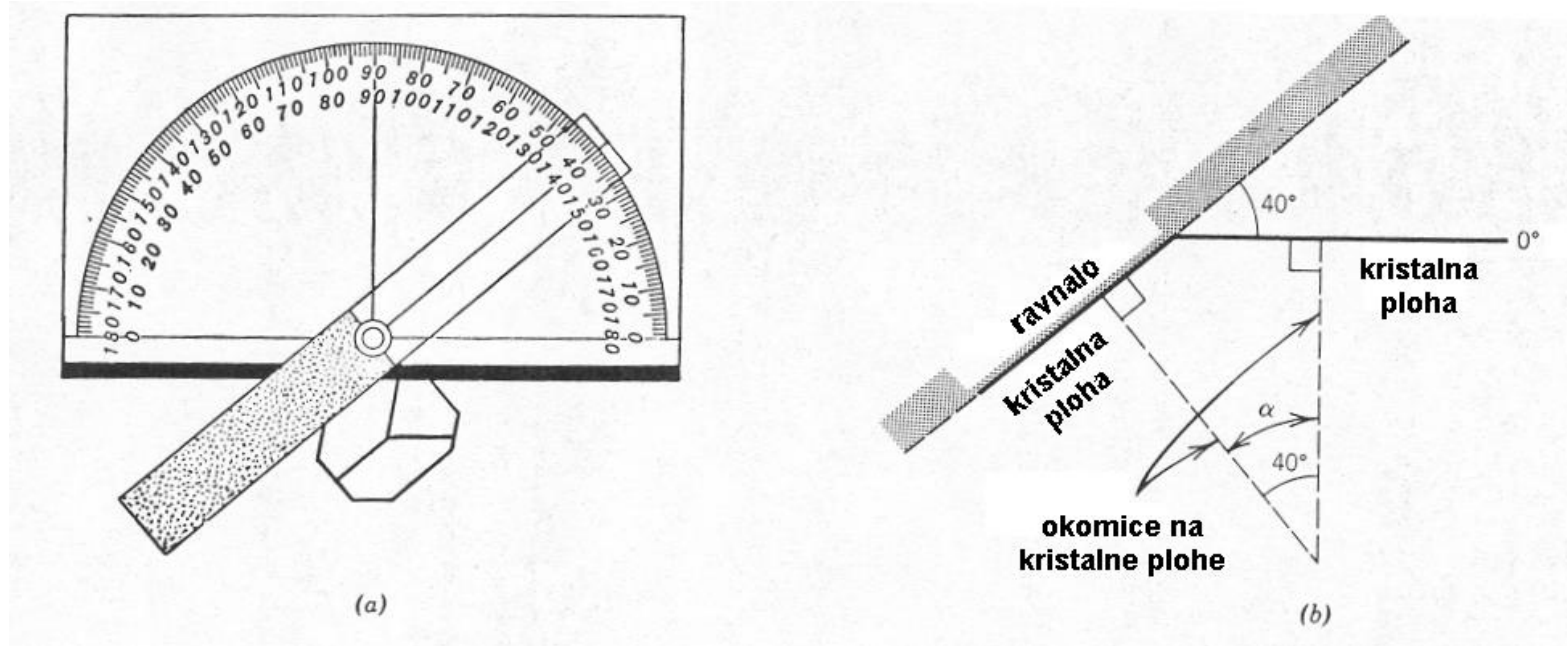
1. Kontaktni
2. Refleksni



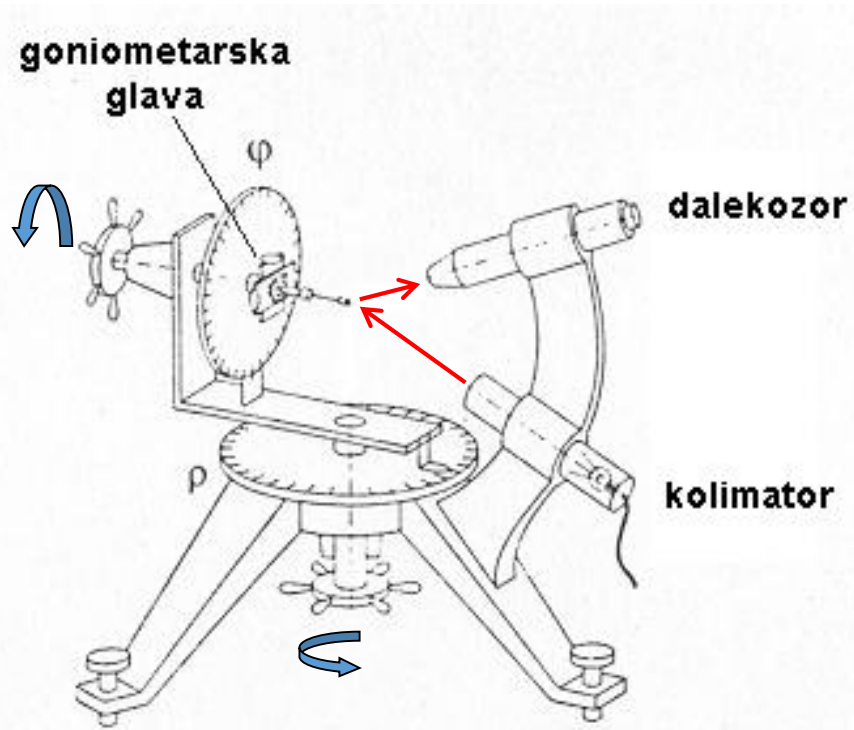
plošni kut (α) i normalni kut (β)
 $\alpha + \beta = 180^\circ$

KONTAKTNI GONIOMETAR

- mjerenje se ostvaruje prislanjanjem krakova goniometra uz kristalne plohe, stoga se pomoću njih mogu mjeriti samo krupniji kristali i to s relativno niskom točnošću

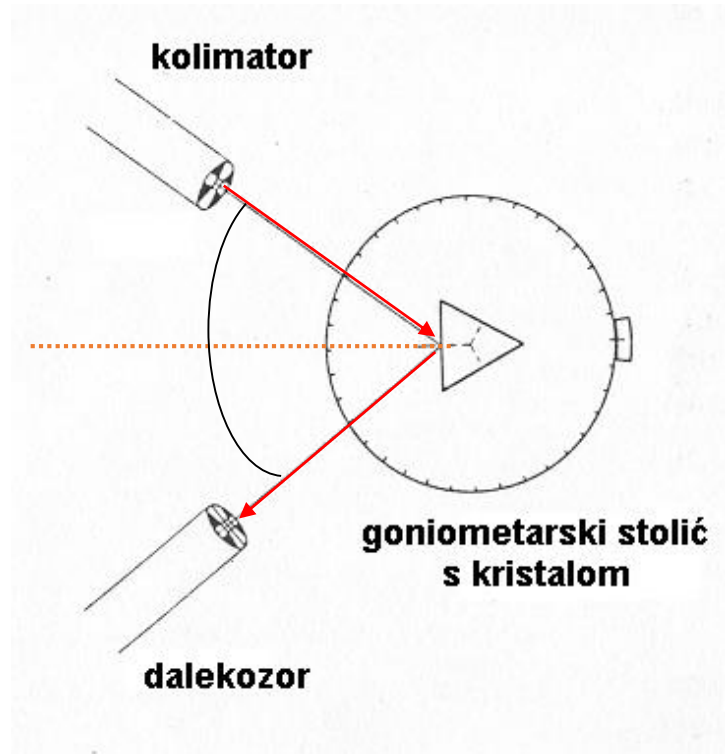


REFLEKSNİ GONIOMETAR



dvokružni refl.
goniometar

- mjerenje se temelji na refleksiji svjetla s kristalne plohe
- zraka svjetla koja dolazi iz kolimatora reflektira se s plohe u dalekozor, kroz koji promatramo plohu, samo onda kad je normala na plohu raspolovnica kuta između osi kolimatora i osi dalekozora.
- kod dvokružnih refleksnih goniometara dobija se prostorni raspored normala na plohe koji je definiran s dva kuta, azimutom i polarnom udaljenošću



Kristalografske projekcije

Način prenošenja trodimenzionalnog kristala
na ravnu dvodimenzionalnu podlogu

Kristalografske projekcije

- 1. Sferna projekcija**
- 2. Stereografska projekcija**
3. Gnomonska projekcija

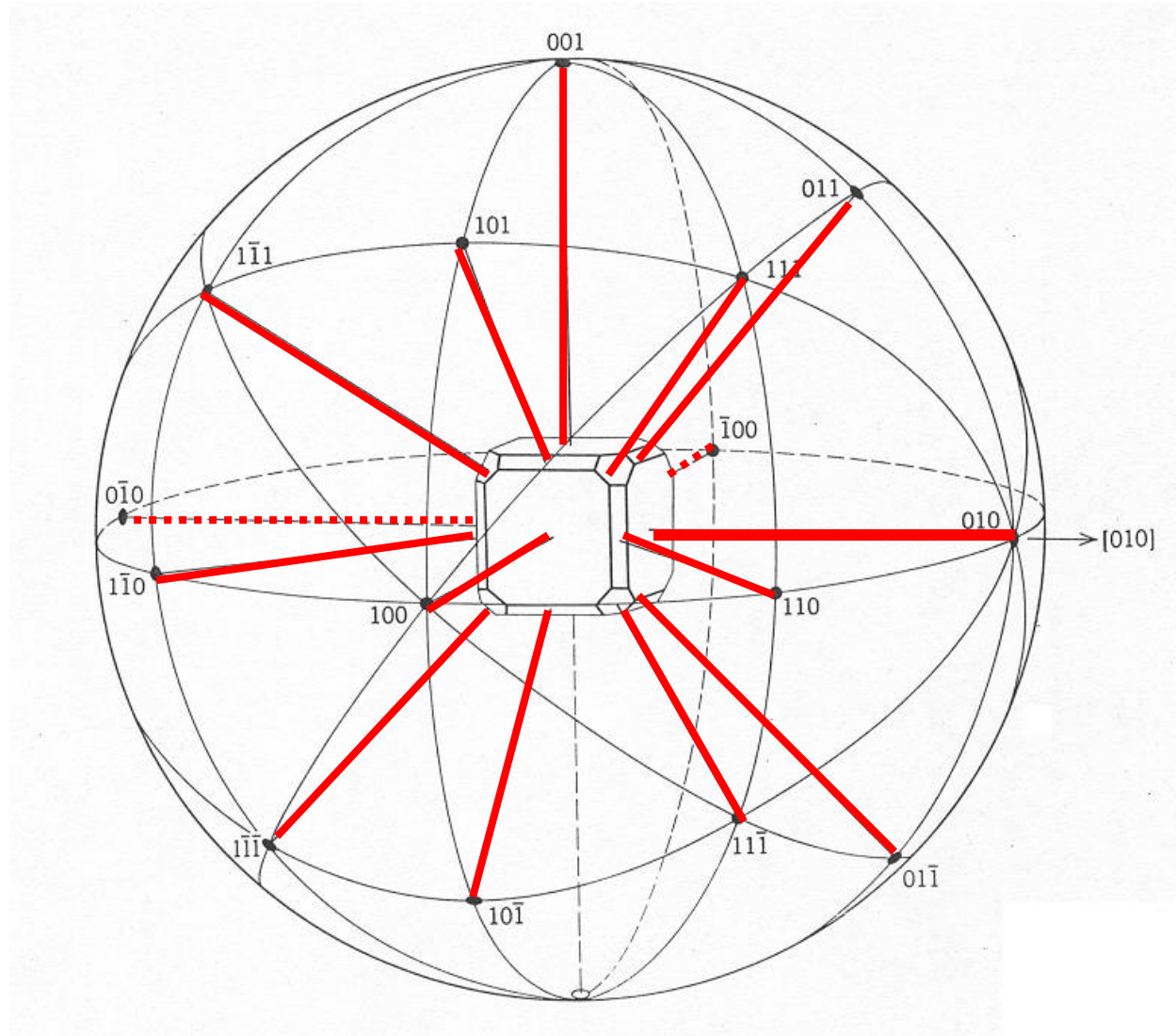
Sferna projekcija

- Trodimenzionalna projekcija
- Ploha projekcije - kugla
- Nužna za izvođenje drugih projekcija

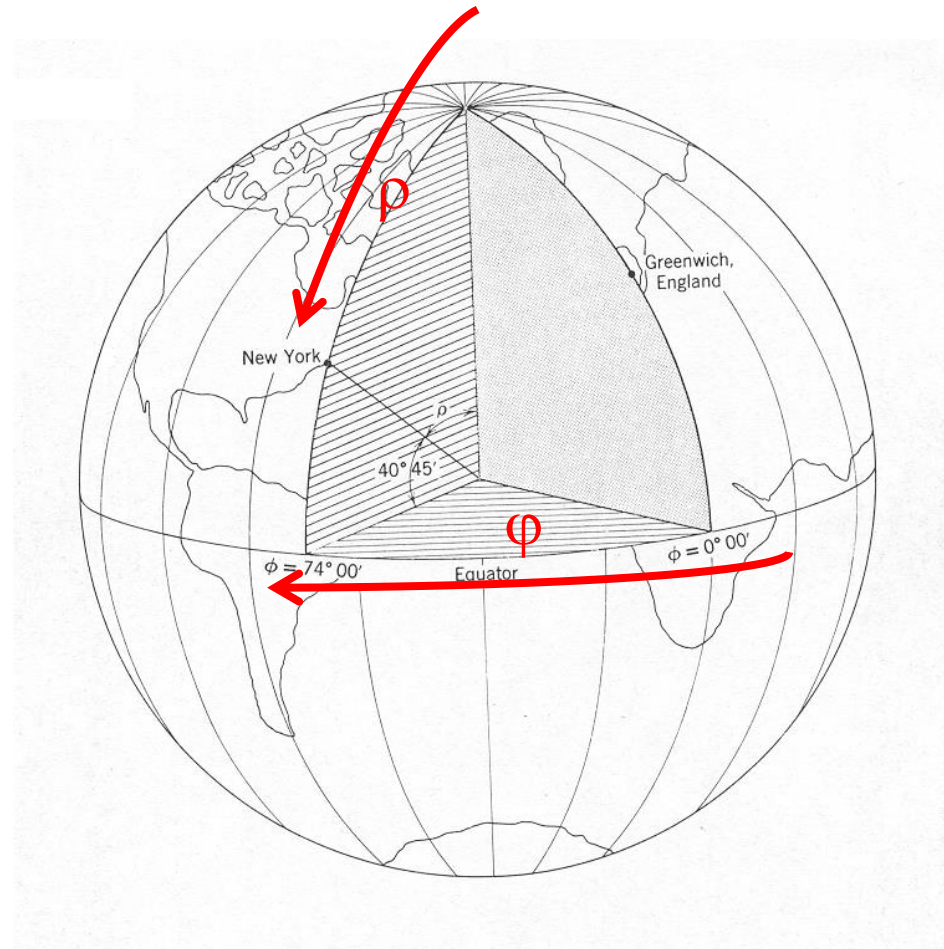
Princip sferne projekcije

1. Zamišljamo kristal u središtu kugle.
2. Sa svake plohe kristala povlačimo okomicu sve dok ona ne probode površinu kugle.
3. Tamo gdje je okomica probola površinu kugle nalazi se sferna projekcija odgovarajuće plohe → POL.
4. Položaj pola na kugli definiran je s koordinatama (φ, ρ) .

Princip sferne projekcije



Koordinate (φ , ρ)



Koordinate (φ , ρ)

- φ = kutna udaljenost pola od početnog meridijana; mjeri se po ekvatoru u smjeru kazaljke na satu
- početni meridijan nalazi se u poprečnom presjeku kugle koji se nalazi paralelno s promatračem, a u njemu leži normala na plohu (010)
- ρ = kutna udaljenost pola od sjevernog pola

Odnos ravnina i kugle

- bilo koja ravnina koja prolazi kroz kuglu siječe je u kružnici
- kružnice s maksimalnim dijametrom (=dijametar kugle) nastaju kada ravnina prolazi kroz središte kugle
→ VELIKI KRUGOVI
- polovi u sfernoj projekciji leže na velikim kružnicama
- polovi koji leže na istoj kružnici pripadaju plohama iz iste zone i te su kružnice zapravo presjecišta zonskih ravnina i površine kugle, odnosno projekcije zonskih ravnina na površini kugle
- sve ostale ravnine, koje ne prolaze kroz središte kugle, sijeku kuglu u MALIM KRUGOVIMA

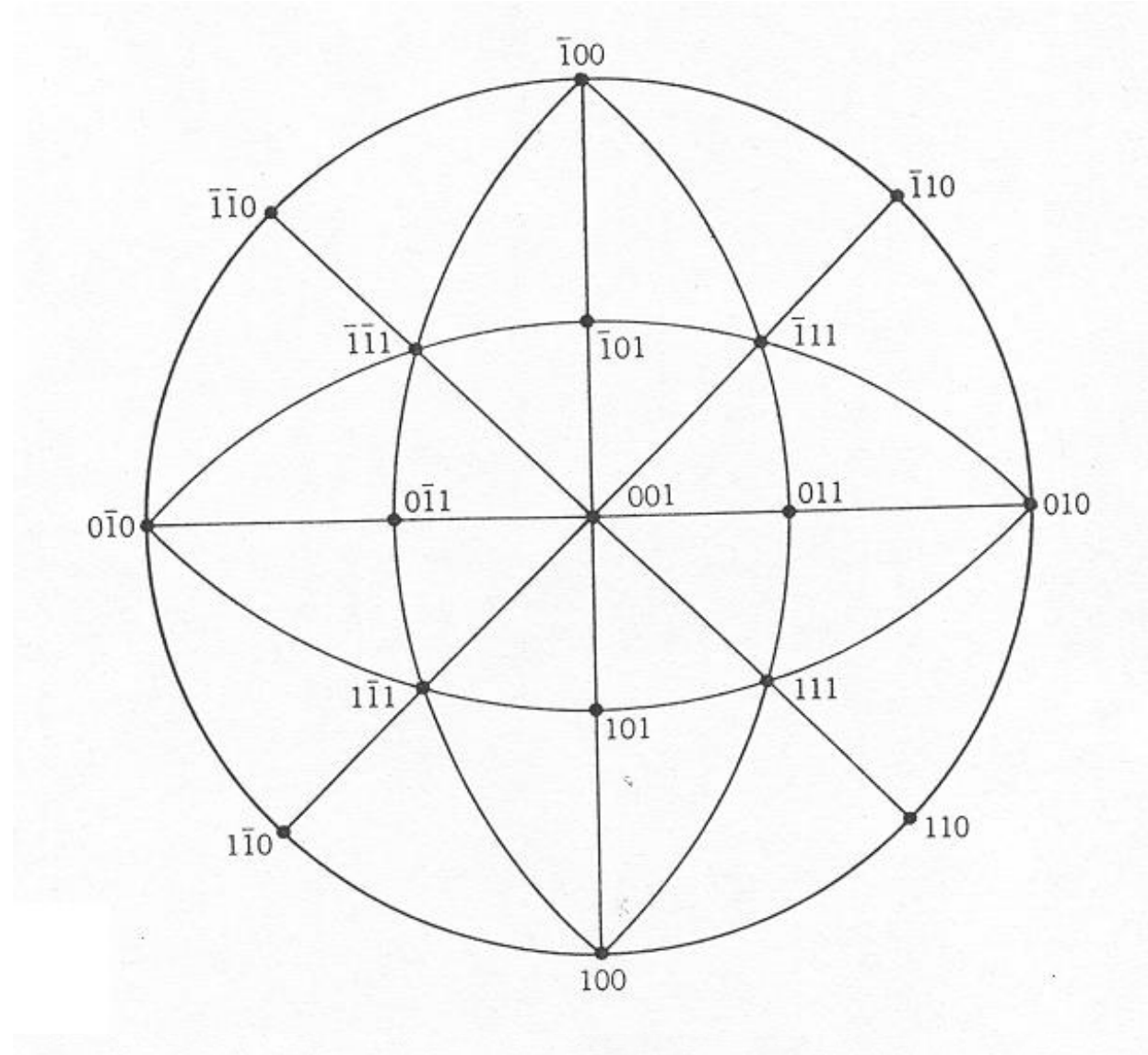
Odnos ravnina i kugle

- svi meridijani i ekvator su veliki krugovi
- sve ostale paralele su mali krugovi
- sve ravnine simetrije i zonske ravnine prolaze kroz središte kristala, pa onda i kugle → sijeku kuglu u velikim krugovima

STEREOGRAFSKA PROJEKCIJA

- prevođenje sferne projekcije kristala na ravnu plohu tako da se očuvaju kutni odnosi među plohama
- ravnina projekcije = ekvatorijalna ravnina (ravnina koja siječe kuglu u ekvatoru)
- na stereografsku projekciju projicira se samo pola sferne projekcije tj. polovi samo s jedne hemisfere (polutke)
→ obično je to sa sjeverne polutke

Stereografska projekcija - princip



Stereografska projekcija - princip

- polazimo od sferne projekcije
- svaki pol sa sjeverne polutke spajamo s južnim polom
- tamo gdje spojnica između pola i južnog pola presiječe ekvatorijalnu ravninu nalazi se stereografska projekcija plohe
- projekcija se crta na temelju sfernih koordinata pomoću Wulffove mreže ili na temelju sfernih koordinata odnosno iz njih izračunatih dviju vrijednosti (d i S)

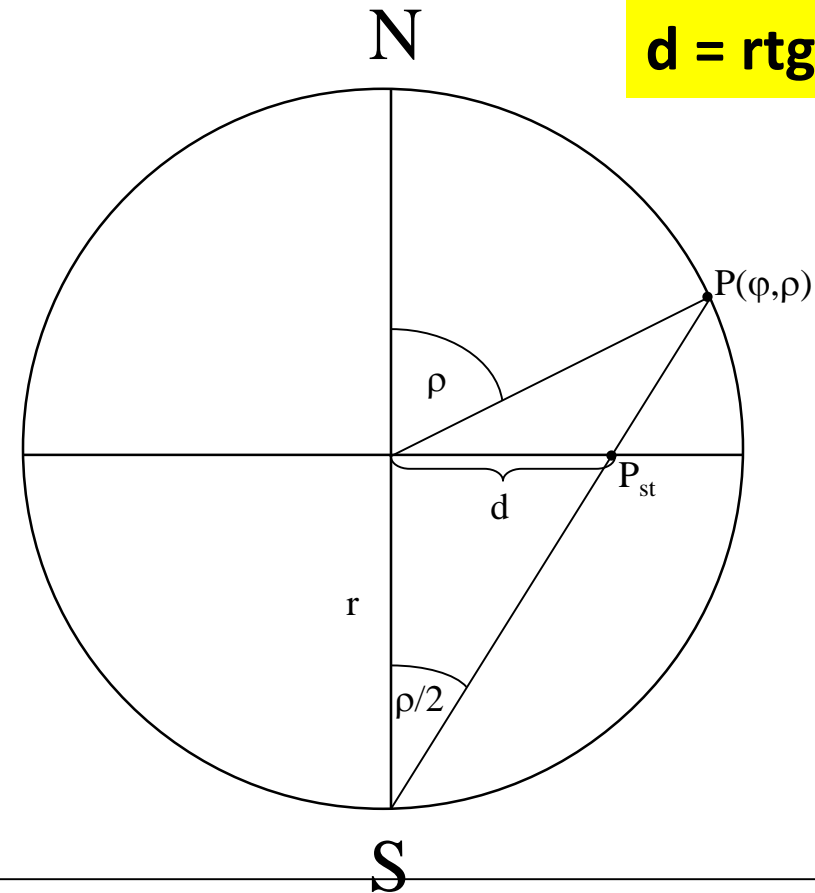
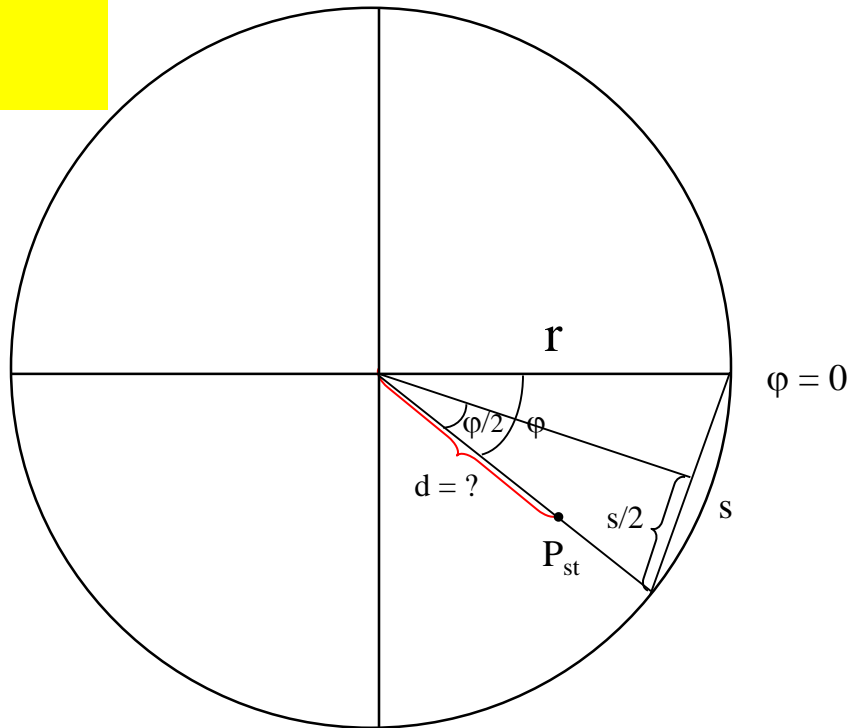
Odnos udaljenosti na stereografskoj projekciji i kutova na sfernoj projekciji

$$\sin \varphi/2 = (S/2)/r$$

$$S = 2r \sin \varphi/2$$

$$\operatorname{tg} \rho/2 = d/r$$

$$d = r \operatorname{tg} \rho/2$$



položaj točaka na ekvatorijalnoj ravnini jednoznačno je određen udaljenošću projekcijske točke P_{st} od središta projekcije (d) te veličinom tetive koja spaja točku u kojoj početni meridijan presijeca osnovnu kružnicu s točkom u kojoj tu kružnicu presijeca meridijan u kojem leži pol plohe koju projiciramo (S)

Kako projiciramo ravnine?

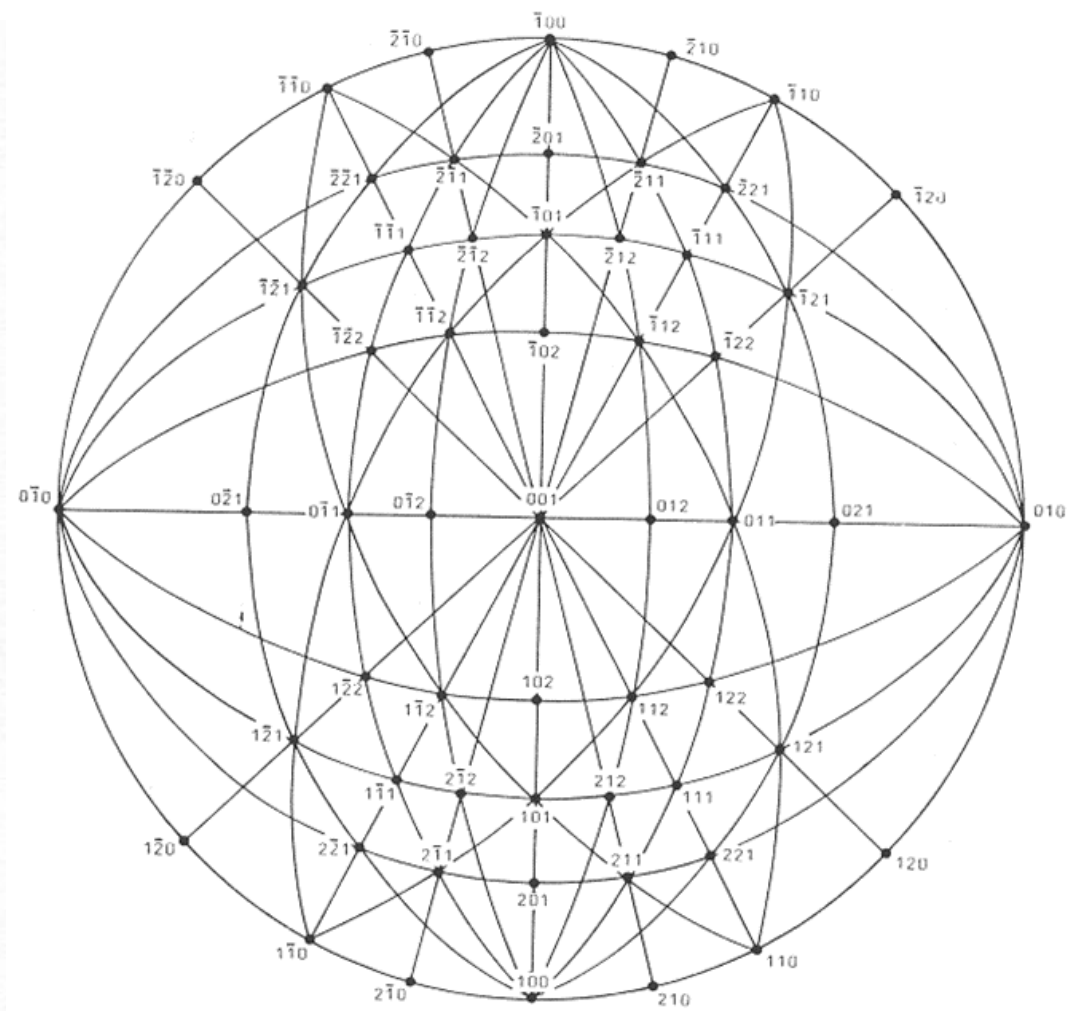
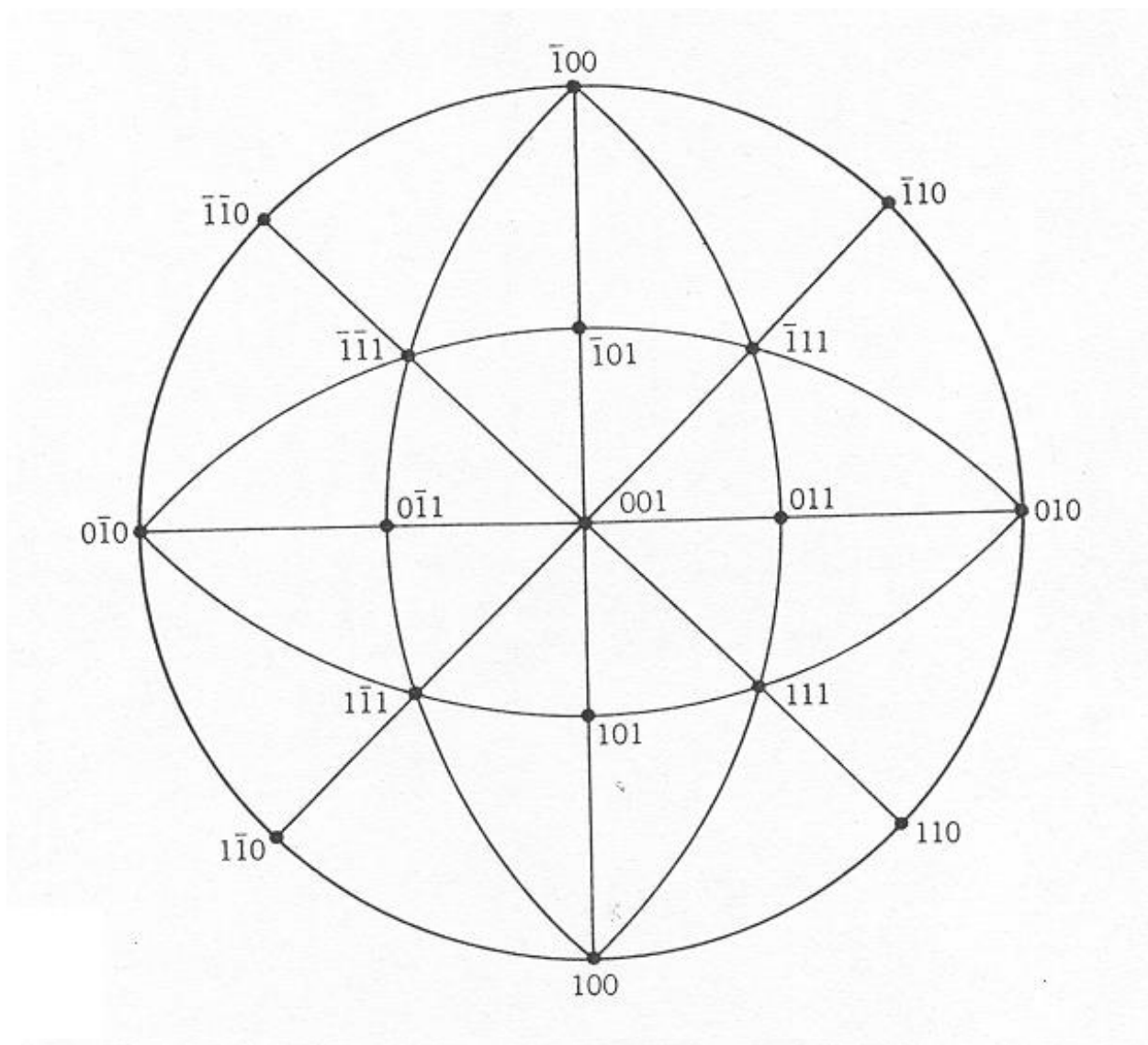
- ravnine na kugli presijecaju velike krugove
- svaku točku velikog kruga na sjevernoj hemisferi spajamo s južnim polom
→ niz točaka na ekvatorijalnoj ravnini

Postoje tri slučaja:

- a) vertikalne ravnine → ravna linija
- b) horizontalne ravnine → osnovna kružnica stereografske projekcije
- c) kose ravnine → lukovi

Grafička prezentacija ravnina simetrije i zonskih ravnina u stereografskoj projekciji

- 1. Ravnine simetrije:** kao ravne linije, osnovna kružnica ili luk (u slučaju da je ravnina simetrije pod 45° =kubični sustav)
→ puna linija
- 2. Zonske ravnine:** kao ravne linije, osnovna kružnica ili lukovi
→ isprekidana linija








Plohe koje pripadaju istoj zoni
leže na istom velikom luku

Kako projicirano osi simetrije

- osi simetrije prolaze kroz središte kristala, pa tako i kugle
 - svaka os probada kuglu u dvije točke
 - spajanjem tih točaka sa suprotnim polom dobiju se točke na ekvatorijalnoj ravnini (ravnina stereografske projekcije)
- u tim točkama projicira se os simetrije
- os simetrije se stereografski projicira kao jedna ili dvije točke

Grafički simboli osi simetrija u stereografskoj projekciji

Element simetrije	Oznaka	Grafički simbol
Digira	$L^2, 2$	
Trigira	$L^3, 3$	
Tetragira	$L^4, 4$	
Heksagira	$L^6, 6$	
Rotoinverzna tetragira	$L_{(4)}^2, \bar{4}$	

Odnos ploha prema kristalografskim osima

PLOHE NA KRISTALU SU DEFINIRANE SVOJIM ODSJEČCIMA NA KRISTALOGRAFSKIM OSIMA

1. Presijeca li ploha određenu kristalografsku os?

Ploha na kristalu može:

a) presijecati sve tri osi, ili

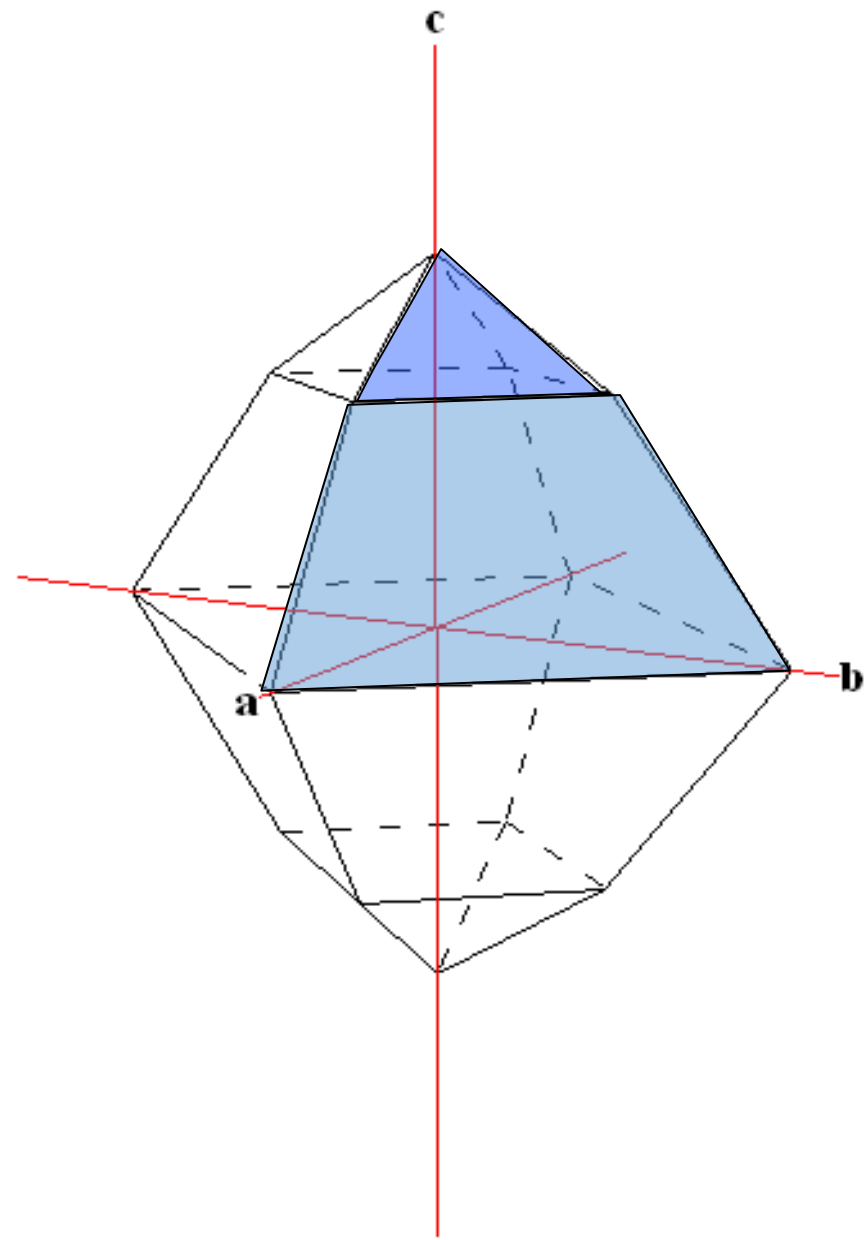
b) presijecati dvije osi i s jednom biti paralelna, ili

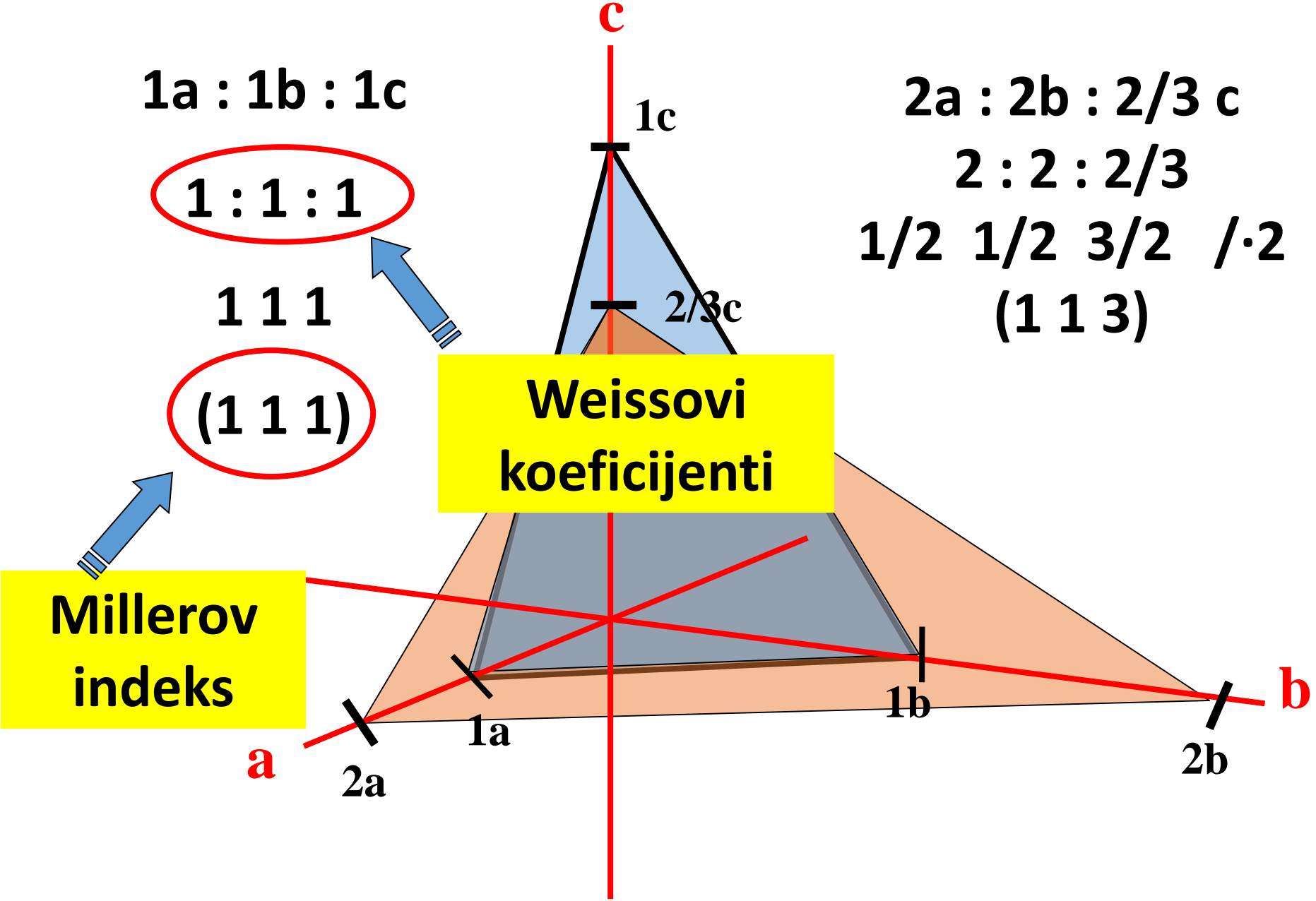
c) presijecati jednu os i s dvije biti paralelna

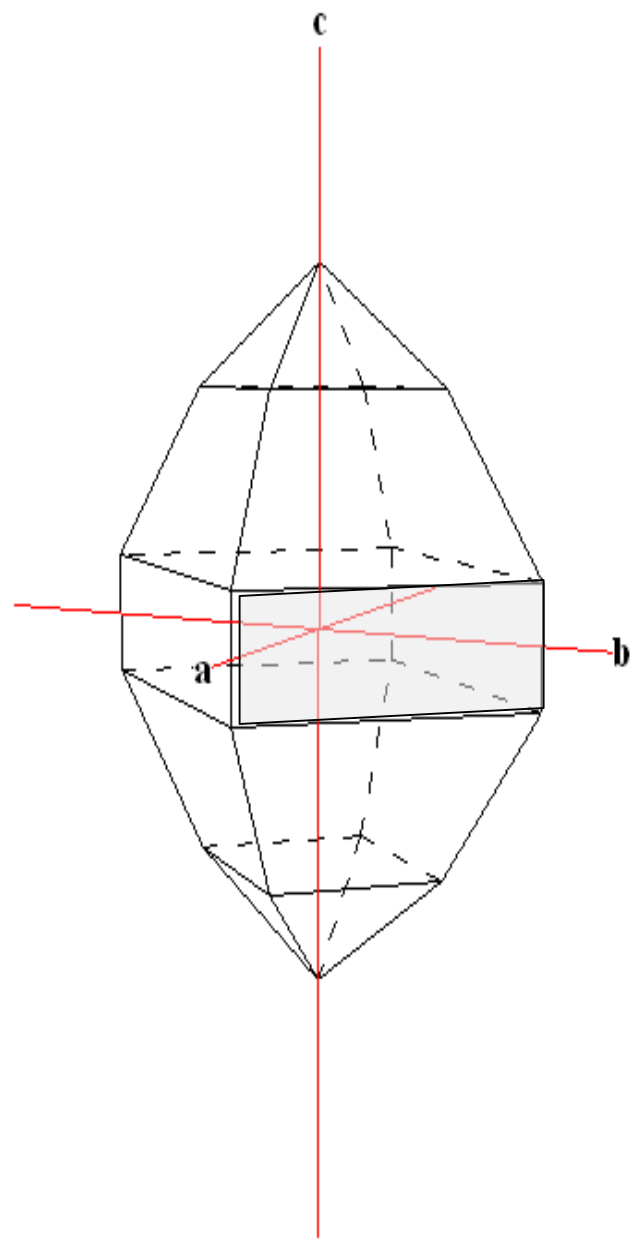
2. U kojim relativnim udaljenostima ploha sječe određenu kristalografsku os?

Određivanje odsječaka plohe na kristalu

- za određivanje odsječaka ploha na kristalu potrebno je prvo odrediti JEDINIČNU PLOHU
- za jediničnu plohu obično se odabire najveća ploha koja siječe sve tri osi
- jedinična ploha definira jedinicu mjere po osima







$\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \infty c$

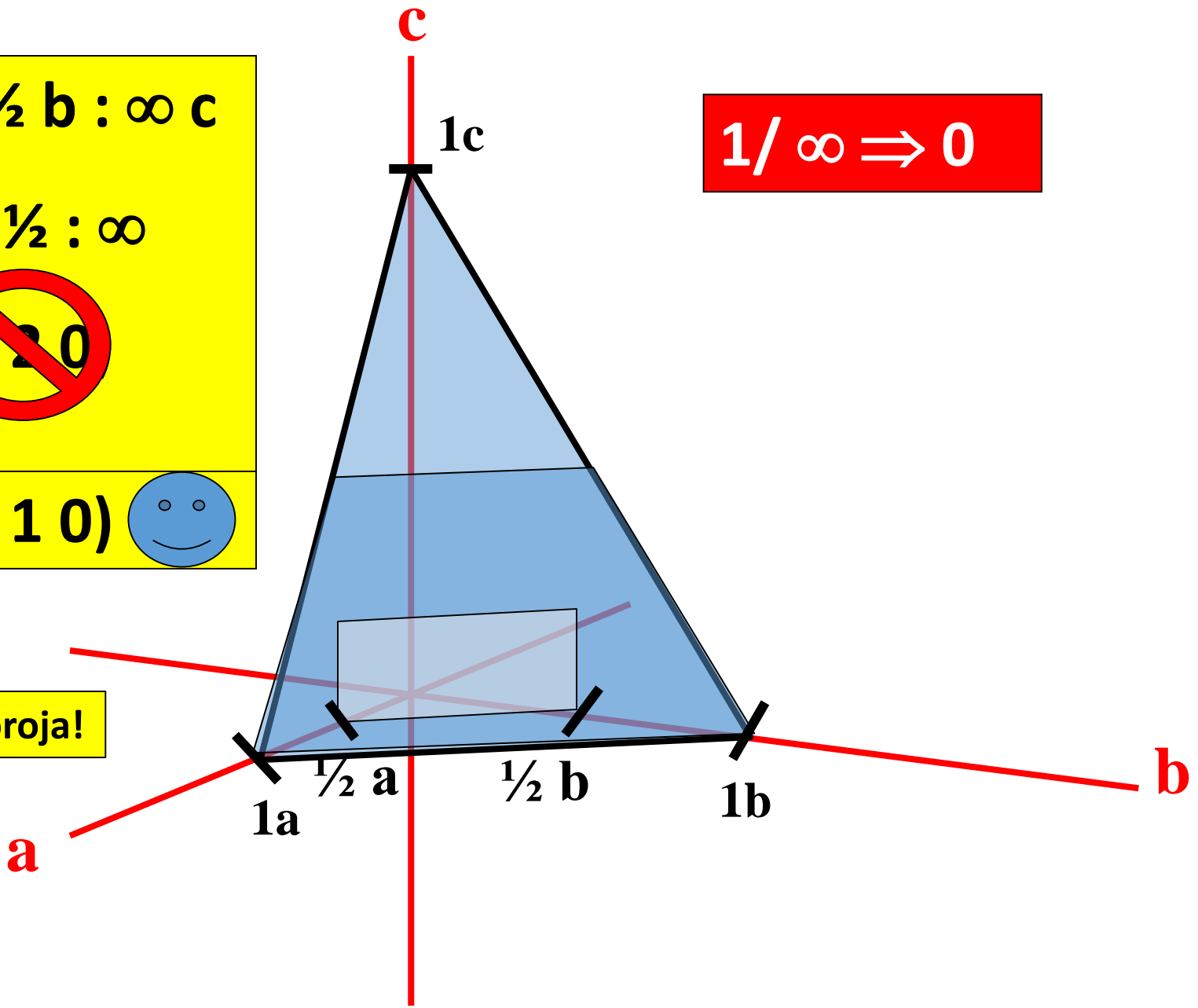
$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} : \infty$

~~2 2 0~~

(1 1 0) 😊

$1/\infty \Rightarrow 0$

tri najmanja moguća cijela broja!



Značenje Weissovih koeficijenata

- za neku plohu neke vrste kod određenog tlaka i temperature odnos odsječaka je stalan
- odnos parametara svih na kristalu mogućih ili prisutnih ploha prema parametrima jedinične plohe su mali cijeli racionalni brojevi → ZAKON o racionalnom odnosu parametara = HAÜY-ev zakon (= 2. kristalografski zakon)

MILLEROVI INDEKSI

- Millerovim indeksima označavaju se plohe, forme, zone, smjerovi i mrežne ravnine

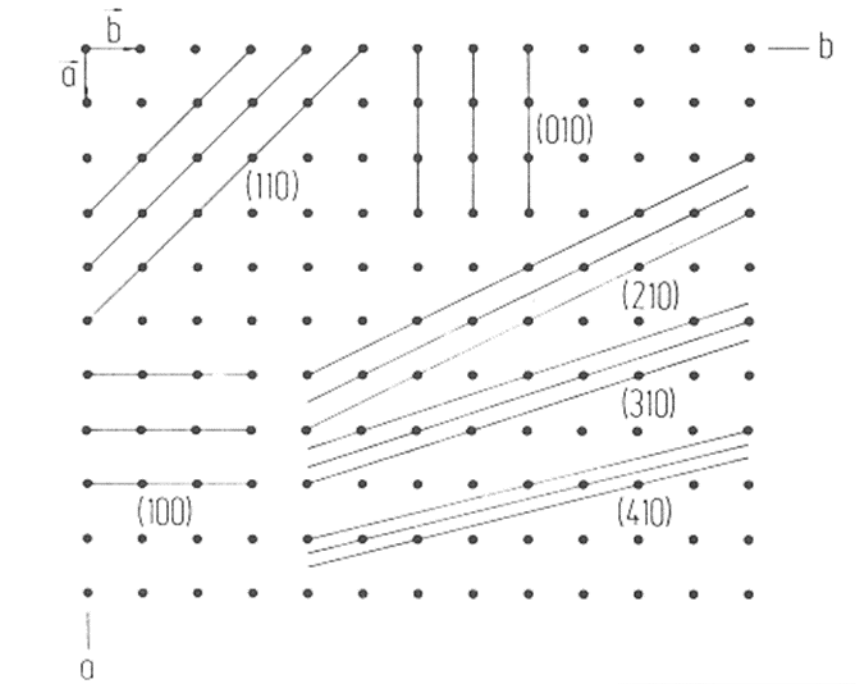
plohe (hkl)

forme $\{hkl\}$

osi zone, kristalografski smjer $[uvw]$

simetrijski identični smjerovi $\langle uvw \rangle$

mrežne ravnine hkl (niz)



Millerovi indeksi – učestalost i tipovi

(hkl)

do 5 česti

5-10 rijetki

10-15 vrlo rijetki

15-20 iznimno rijetki

Tipovi Millerovih indeksa:

(hkl) sječe sve tri osi

$(hk0) \rightarrow \parallel c$

$(h0l) \rightarrow \parallel b$

$(0kl) \rightarrow \parallel a$

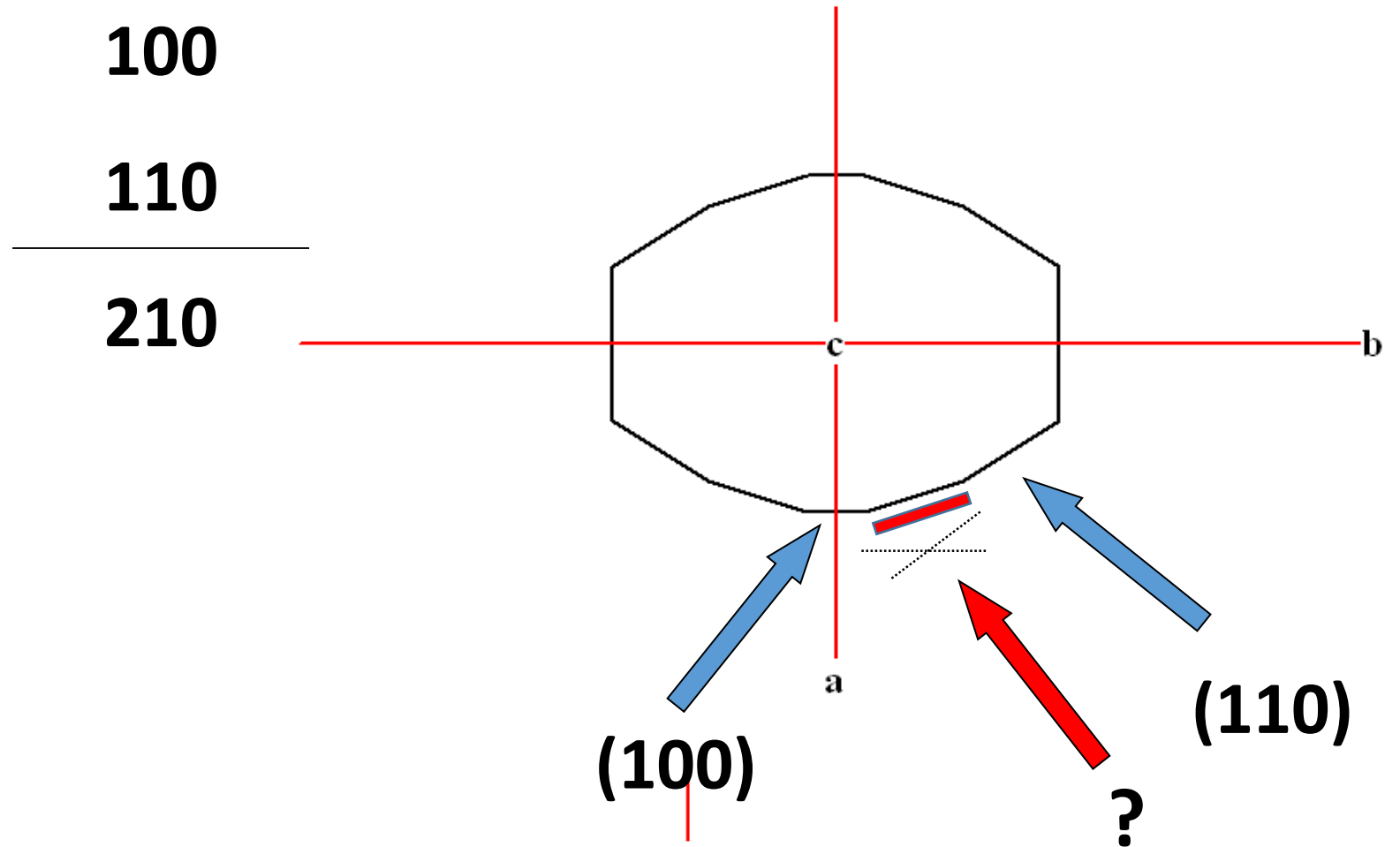
$(h00) \rightarrow (100) \rightarrow \parallel b,c$

$(0k0) \rightarrow (010) \rightarrow \parallel a,c$

$(00l) \rightarrow (001) \rightarrow \parallel a,b$

Goldschmitovo pravilo komplikacije

Zbrajanjem Millerovih indeksa dviju susjednih ploha koje leže u istoj zoni dobije se indeks plohe koja jednoliko otupljuje brid između tih dviju ploha



Zonski račun

1. Leži li ploha (hkl) u zoni [uvw]?

$$hu + kv + lw = 0$$

Zonski račun II

2. U kojoj zoni leže plohe $(h_1k_1l_1)$ i $(h_2k_2l_2)$?

$$\begin{array}{c} h_1 | k_1 l_1 h_1 k_1 l_1 \\ \quad \quad \quad \times \quad \times \quad \times \\ h_2 | k_2 l_2 h_2 k_2 l_2 \end{array}$$

$$[uvw] = ?$$

$$u = k_1 l_2 - l_1 k_2$$

$$v = l_1 h_2 - h_1 l_2$$

$$w = h_1 k_2 - k_1 h_2$$

Zonski račun III

3. Koja ploha leži u zonama $[u_1v_1w_1]$ i $[u_2v_2w_2]$?
 $(hkl) = ?$

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} u_1 & v_1 & w_1 & u_1 & v_1 & w_1 \\ & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown \\ & & & & & \\ & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup \\ u_2 & v_2 & w_2 & u_2 & v_2 & w_2 \end{array}$$

$$h = v_1w_2 - w_1v_2$$

$$k = w_1u_2 - u_1w_2$$

$$l = u_1v_2 - v_1u_2$$

Kristalni razredi (klase, točkine grupe)

- postoji ograničeni broj mogućih kombinacija elemenata simetrije = **32**
- **32 kristalna razreda** ili kristalne klase (32 točkine grupe)
- kristali se s obzirom na svoju morfologiju ili unutarnji raspored atoma svrstavaju u neki od razreda
- određeni kristalni razredi pokazuju zajednička simetrijska obilježja → kristalni sustavi

Simetrijska uvjetovanost u kristalnim razredima

- prisutnost nekih elemenata simetrije nužno zahtijeva prisutnost dodatnih elemenata simetrije npr.
 - parna os simetrije i na nju okomita ravnina simetrije zahtijevaju prisutnost centra simetrije
 - presjecištem dviju međusobno okomitih ravnina simetrije ide digira

Karakteristična simetrijska obilježja kristalnih razreda pojedinih sustava

Kristalni sustav	Broj razreda	Karakteristični elem. simetrije
Triklinski	2	c ili 1
Monoklinski	3	L^2 i/ili P duž 1 smjera
Rompski	3	$3L^2$ i/ili 3P duž tri okomita smjera
Tetragonski	7	L^4 ili $L_{(4)}^2$
Heksagonski	12	L^6 ili L^3
Kubični	5	$4L^3$

Označavanje kristalnih razreda

- postoje dva sustava označavanja kristalnih klasa:
 1. Schönflies-ovi simboli
 2. **Hermann-Mauguin-ovi simboli (međunarodni simboli)**

Hermann-Mauguin-ova simbolika

- simbolika opisuje prisutne elemente simetrije u odnosu prema kristalografskim smjerovima
- oznaka za određeni kristalni razred može sadržavati simbole na jednom, dva ili tri položaja
- odnos pojedinih simbola prema određenim kristalografskim smjerovima definiran je za svaki pojedini kristalni sustav

Simetrijski smjerovi

Sustav	Položaj u Hermann-Mauguinovom simbolu		
	1	2	3
Triklinski	-		
Monoklinski	-	b	-
Rompski	a	b	c
Tetragonski	c	a_1, a_2	$\langle 110 \rangle$
Heksagonski	c	a_1, a_2, a_3	$\langle 10\bar{1}0 \rangle$
Kubični	a_1, a_2, a_3	$\langle 111 \rangle$	$\langle 110 \rangle$

Nazivi kristalnih razreda

Svaki kristalni razred ima dva naziva:

1. Prema formi općeg položaja
2. Prema stupnju simetrije unutar kristalnog sustava kojem pripada

Forma općeg položaja

- u svakom kristalnom razredu postoji forma koja siječe sve tri kristalne osi u različitim odsječcima

→ FORMA OPĆEG POLOŽAJA

- forma općeg položaja ima opće Millerove indekse $\{hkl\}$, te nije paralelna (ili okomita) s niti jednim elementom simetrije
- forma općeg položaja karakteristična je za pojedini kristalni razred te se ne pojavljuje u drugim kristalnim razredima
- sve ostale forme u pojedinoj kristalnoj klasi su SPECIJALNE FORME, a one leže paralelno ili okomito na neki od prisutnih elemenata simetrije

Stupanj simetrije kristalnog razreda

- kristalni razredi se mogu razvrstati u kristalne sustave na temelju sukladnosti sa simetrijom osnog križa
- prema stupnju simetrije kristalni razredi mogu biti:
 - holoedrija – razred najvećeg stupnja simetrije u nekom sustavu, njena simetrija jednaka je simetriji osnog križa (forma općeg položaja ima najveći broj ploha koji dopušta osni križ)
 - hemiedrija, tetartoedrija, ogdoedrija – razredi kod kojih je stupanj simetrije sveden na $1/2$, $1/4$, $1/8$ ($1/2$, $1/4$ ili $1/8$ maksimalnog broja ploha)
 - hemimorfija – zbog gubitka horizontalne ravnine simetrije razlikuju se gornja i donja polovica kristala