OSNOVE TEORIJE VJEROJATNOSTI

UVOD

• **Vjerojatnost** je šansa (mogućnost) da će se neki događaj dogoditi.

• **Teorija vjerojatnosti** je matematička disciplina čiji je zadatak formiranje i proučavanje <u>matematičkog modela </u>slučajnog pokusa.

• Većina neuspješnih pokušaja stroge definicije vjerojatnosti sastojala se u tome da se pojam vjerojatnosti definira pomoću **relativne frekvencije.**

• Diskretna teorija vjerojatnosti.

• Počeci teorije vjerojatnosti nalaze se u radovima **Geralma Cardana** koji je u 16. stoljeću analizirao igre na sreću, a kao **novu matematičku disciplinu** utemeljuju ju **Pascal i Fermat** 1654. godine

•Opće prihvaćenu **aksiomatiku** u teoriju vjerojatnosti je uveo **A. N. Kolmogorov 1933. godine**.

UVOD

• **Pokus ili eksperiment** je jedan od osnovnih pojmova koji nam pomaže u proučavanju i razumijevanju realnog svijeta.

• Osnovna stvar pri analizi provedenog pokusa je **razumijevanje odnosa između uzroka i posljedice**.

• Poznavanje te veze omogućava predviđanje ishoda ili rezultata pokusa na osnovu definiranog skupa uvjeta u kojima se pokus provodi.

<u>Pokusi u teoriji vjerojatnosti</u>

• U teoriji vjerojatnosti razlikuju se **slučajni i deterministički pokusi**.

• **Deterministički pokus** je takav pokus čiji su <u>rezultati jednoznačno određeni uvjetima pod kojima se pokus provodi.</u>

• Poznavanje odnosa između uzroka i posljedice kod svakog pokusa omogućuje definiranje uvjeta pokusa te **predviđanje ishoda pokusa** pri svakoj realizaciji tih istih uvjeta *(npr. zagrijavanje vode pri standarnom tlaku).*

• **Slučajni pokus** je takav pokus čiji <u>rezultati **nisu jednoznačno određeni** uvjetima pod kojima se pokus provodi</u>.

• Kod slučajnih pokusa nužno je pretpostaviti da svaka realizacija istih uvjeta omogućuje da se pokus može ponoviti.

OSNOVNI POJMOVI

- **slučajni događaj** je događaj koji se pod određenim okolnostima **može,** ali i **ne mora dogoditi** *(npr. bacanje kocke, bacanje novčića, lutrija, …)* - <u>rezultat slučajnog pokusa</u>

- **elementarni događaj** – ako neki eksperiment može završiti s *n* mogućih ishoda (6 mogućih ishoda kod bacanja kocke), svaki od tih ishoda naziva se **elementarnim događajem**
- skup svih elementarnih događaja je **potpuni skup** ili **prostor elementarnih događaja**

- **Vjerojatnost** događanja nekog slučajnog događaja?

OSNOVNI POJMOVI

Relativna frekvencija

• Neka je *A* događaj koji predstavlja mogući rezultat nekog slučajnog pokusa.

• Pokus se ponavlja točno *n* puta pri čemu se u tih *n* ponavljanja pokusa događaj *A* dogodio točno n_A puta.

• Broj n_A je **frekvencija događaja** *A*.

• **Relativna frekvencija** događaja *A* u zadanih *n* ponavljanja pokusa je omjer n_A/n.

Za relativnu frekvenciju vrijedi:

$0 \leq n_A/n \leq 1$

Ako slučajni pokus zadovoljava uvjet statističke stabilnosti relativnih frekvencija, tada se ***vjerojatnost a posteriori*** proizvoljnog događaja A vezanog uz taj pokus definira kao realan broj ***P(A)*** oko kojeg se grupiraju odnosno prema kojem teže relativne frekvencije tog događaja (*ova definicija nije matematički precizna*) i vrijedi: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Svojstvo statističke stabilnosti se sastoji u tome da se prilikom ponavljanja pokusa veliki broj puta relativne frekvencije događaja grupiraju oko nekog fiksnoga broja.

Pretpostavimo da vršimo **nekoliko serija pokusa** i neka je $\boldsymbol{n_i}$ **ukupan broj pokusa u *i*-toj seriji**, a $\boldsymbol{n_{Ai}}$ **broj pojavljivanja događaja *A* u *i*-toj seriji**. Svojstvo statističke stabilnosti relativnih frekvencija također zahtijeva da su **relativne frekvencije** n_{Ai}/n događaja *A* u *i*-toj seriji pokusa **među sobom dovoljno blizu za razne vrijednosti *i***, tj. za razne serije ako su svi brojevi n_i dovoljno veliki.

- bacanje novčića: 0,46≈0,50

OSNOVNI POJMOVI

DEFINICIJA VJEROJATNOSTI

- neka je ***m(A)* broj elementarnih događaja** koji realiziraju događaj A, **a *n* ukupan broj jednako mogućih elementarnih događaja** koji tvore **potpuni skup** ili prostor elementarnih događaja. Onda je vjerojatnost događaja A dana kao:

$P(A) = m(A)/n$

- ovo je **klasična definicija**
- definicija koja se daje u **aksiomatskoj** izgradnji teorije vjerojatnosti je općenitija. Njome se **ne** pretpostavlja da su svi događaji jednako mogući i **ne** pretpostavlja se da je broj elementarnih događaja u potpunom skupu konačan.

- iz same definicije vjerojatnosti slijedi da je $m(n) \leq n$, a iz toga slijedi nejednakost:

$0 \leq P(A) \leq 1$

OSNOVNI POJMOVI

PRIMJER

Bacamo dvije kocke. Kolika je vjerojatnost da zbroj vrijednosti dobivenih na obje kocke bude 5?

1,1; 2,1; 3,1; **4,1;** 5,1; 6,1

1,2; 2,2; **3,2**; 4,2; 5,2; 6,2

1,3; **2,3;** 3,3; 4,3; 5,3; 6,3

1,4; 2,4; 3,4; 4,4; 5,4; 6,4

1,5; 2,5; 3,5; 4,5; 5,5; 6,5

1,6; 2,6; 3,6; 4,6; 5,6; 6,6

RJEŠENJE:

- ukupan broj mogućih događaja je 36
- 4 događaja rezultira zbrojem 5 (2,3; 3,2; 4,1; 1,4;)
- P=4/36 = 1/9

<u>PROTIVNA VJEROJATNOST</u>

- vjerojatnost nekog događaja je *P(A).* Kolika je vjerojatnost da se taj događaj ne dogodi?

- ne događanje događaja A je novi događaj A’ i, ukoliko imamo potpuni skup elementarnih događaja, **njegova vjerojatnost je *P(A’)* = 1- *P(A)*** *(npr. kolika je vjerojatnost da ne padne pismo kod bacanja novčića, kolika je vjerojatnost da ne dobijemo 6 prilikom bacanja kocke)*

-***<u>OPĆENITA DEFINICIJA:</u>*** Ako se potpuni skup sastoji od *n* elementarnih događaja, a od kojih *m(A)* realiziraju događaj A, tada ostali elementarni događaji, kojih je po broju *n-m(A)*, realiziraju događaj *A’* (a to je **nezbivanje** događaja A). Iz ove definicije proizlazi:

P(A’) = m(A’)/n = (n-m(A))/n = 1 – m(A)/n= 1 – P(A)

ZBRAJANJE VJEROJATNOSTI

- postoje događaji koji su komponirani od više elementarnih (ili složenih) događaja
- kako bi opisali vjerojatnost takvih događaja, najprije je potrebno definirati pojam **isključenja**

- **dva događaja se isključuju ako istovremeno ne mogu nastupiti oba** ***(npr. pismo i glava kod bacanja novčića; crno i crveno u ruletu, …).*** **Više događaja se isključuju ako se uvijek može pojaviti samo jedan od njih** ***(npr. brojevi na kocki)***

-***U TOM SLUČAJU, VJEROJATNOST DA SE DOGODI ILI JEDAN ILI DRUGI DOGAĐAJ, JEDNAKA JE ZBROJU NJIHOVIH VJEROJATNOSTI DOGAĐANJA***

-***P(A+B) = P(A) + P(B)***

-*npr. vjerojatnost da dobijemo na kocki 6 ili 1*

-**OPĆENITO,** ***P(A+B+ … + X) = P(A) + P(B) +…+ P(X)***

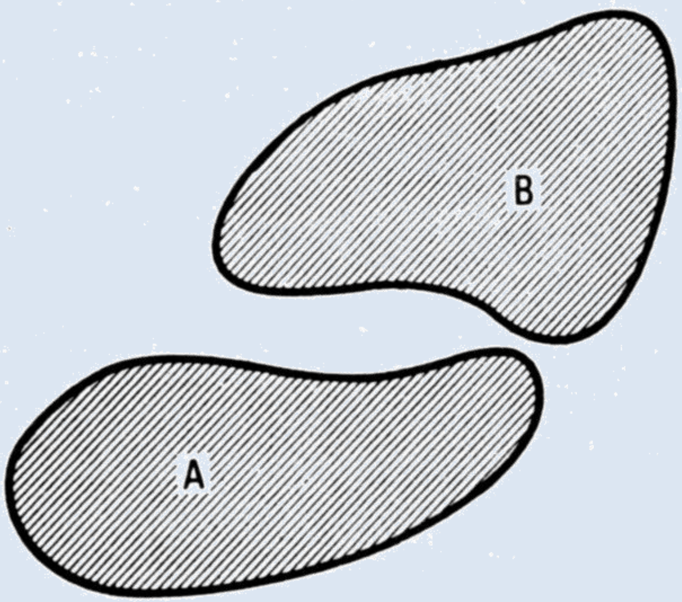
-**** u ovom slučaju se "+" čita, odnosno koristi, kao "ili"***

ZBRAJANJE VJEROJATNOSTI

-pojašnjenje

- zamislimo da su elementarni događaji *A, B, … X* skupovi točaka u ravnini

- u tom slučaju se **događaji *A* i *B* isključuju ukoliko je ukoliko je presjek skupa A i skupa B prazan skup**, odnosno ta dva skupa nemaju zajedničkih točaka. Odnosno ta dva skupa su **disjunktni** (ne presijecaju se).



MNOŽENJE VJEROJATNOSTI

-ukoliko se događaji A, B, …, X **ne isključuju** već je moguće da se dogode dva ili više događaja istovremeno, tada je ukupna vjerojatnost zbivanja više događaja istovremeno jednaka **umnošku** njihovih vjerojatnosti

- ***U TOM SLUČAJU, VJEROJATNOST DA SE DOGODE I JEDAN I DRUGI DOGAĐAJ, JEDNAKA JE UMNOŠKU NJIHOVIH VJEROJATNOSTI DOGAĐANJA***

-***P(A·B) = P(A)·P(B)***

-*npr. Bacamo kocku i bacamo novčić, kolika je vjerojatnost da istovremeno dobijemo na kocki 6 i na novčiću padne pismo?*

G , 1	P , 1
G , 2	P , 2
G , 3	P , 3
G , 4	P , 4
G , 5	P , 5
G , 6	P , 6

MNOŽENJE VJEROJATNOSTI

OPĆENITO:

$P(A \cdot B \cdot \ldots \cdot X) = P(A) \cdot P(B) \cdot \ldots \cdot P(X)$

- ***u ovom slučaju se "·" čita, odnosno koristi, kao "i"***

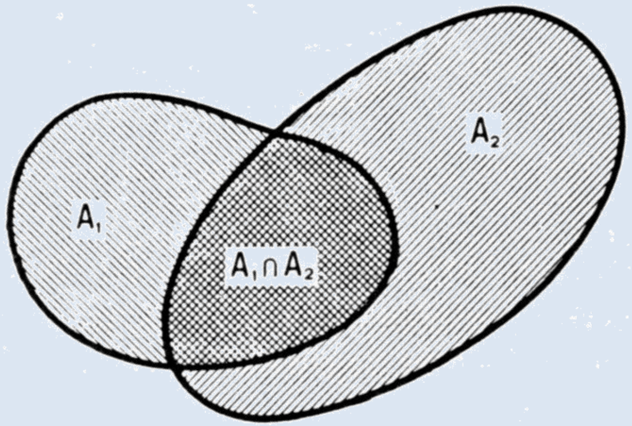
-***napomena:*** *ako događaji A i B imaju pozitivne vrijednosti i ako se međusobno isključuju, tada oni nikako ne mogu biti nezavisni!*

MNOŽENJE VJEROJATNOSTI

-pojašnjenje

- zamislimo da su elementarni događaji *A, B, … X* skupovi točaka u ravnini

- ukoliko se događaji ne isključuju, događaji koji istovremeno realiziraju više elementarnih događaja odgovaraju presjeku skupova



definicija 1. za dva događaja A_1 i A_2 reći ćemo da su **nezavisni događaji** ako vrijedi relacija $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$ (*odnosno, zbivanje jednog događaja ne mijenja vjerojatnost zbivanja drugog*)

-***izvod koji pokazuje da ako su*** A_1 ***i*** A_2 ***nezavisni događaji, onda je su i*** A_1 ***i*** A_2' ***(ne-*** A_2***) nezavisni događaji***

MNOŽENJE VJEROJATNOSTI

PRIMJER

Kolika je vjerojatnost da u 10 bacanja novčića svih 10 puta padne pismo?

PRIMJER 2

Automat za proizvodnju srećki na svakih 100 srećki izbacuje 10 dobitnih srećki.

Kupili smo 4 srećke. Kolika je vjerojatnost da nismo izvukli dobitnu srećku?

RJEŠENJE:

- vjerojatnost da je neka srećka dobitna je 10/100, dakle 10%, odnosno 0,1
- vjerojatnost da srećka nije dobitna je 1-0,1=0,9
- vjerojatnost da sve 4 koje smo kupili nisu dobitne je 0,9*0,9*0,9*0,9=0,6561

VJEROJATNOST OSTALIH SLOŽENIH DOGAĐAJA

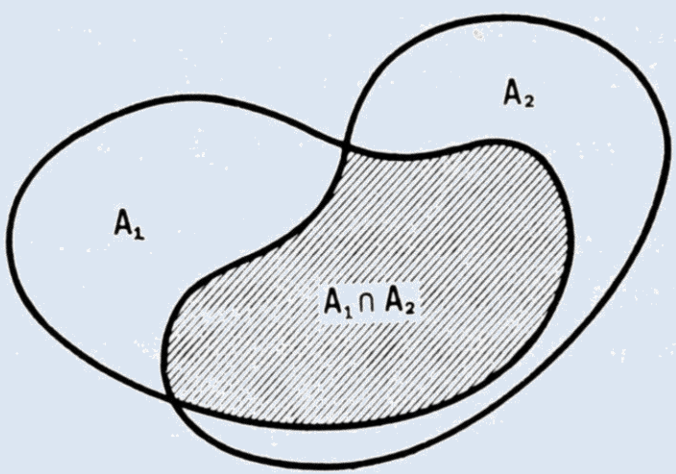
-ako se događaji *B* i *A* međusobno isključuju, onda je vjerojatnost da se dogodi **ili jedan ili drugi događaj** jednaka zbroju njihovih vjerojatnosti $P(A)+P(B)$

- što ako se događaji *A* i *B* **ne isključuju** ?

-u tom slučaju postoje 3 mogućnosti:

1) da se dogodi *A*,
2) da se dogodi *B*,
3) da se dogode i *A* i *B*

- tada naše pitanje postaje kolika je vjerojatnost da se dogodi **barem jedan** od događaja?



VJEROJATNOST OSTALIH SLOŽENIH DOGAĐAJA

- **definiramo $A \cup B$ kao novi događaj**
- taj događaj nastupa onda i samo onda ako nastupi i ***barem jedan*** od događaja A i B (u ovom slučaju se "∪" čita kao "ili", ali ima drugačije značenje – ovdje predstavlja pojavljivanje jednog ili drugog događaja ili oba događaja)

Izvod 2

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

- često se umjesto $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ koristi izraz:

$P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B')$

IZVOD 3 - $P(A \cup B) = 1 - P(A') \cdot P(B')$

- prednost ovog izraza je da se vrlo lako može poopćiti na više događaja:

$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A') \cdot P(B') \cdot P(C')$

VJEROJATNOST OSTALIH SLOŽENIH DOGAĐAJA

PRIMJER

Kolika je vjerojatnost da bacanjem jedne kocke dobijemo 2 ili 3?

RJEŠENJE:

1/6 +1/6 = 2/6 = 1/3

PRIMJER 2

Kolika je vjerojatnost da bacanjem dvije kocke dobijemo 2 ili 3?

1,1; 2,1; 3,1; 4,1; 5,1; 6,1

1,2; 2,2; 3,2; 4,2; 5,2; 6,2

1,3; 2,3; 3,3; 4,3; 5,3; 6,3

1,4; 2,4; 3,4; 4,4; 5,4; 6,4

1,5; 2,5; 3,5; 4,5; 5,5; 6,5

1,6; 2,6; 3,6; 4,6; 5,6; 6,6

36

1,1; **2,1**; **3,1**; 4,1; 5,1; 6,1

1,2; 2,2; 3,2; 4,2; 5,2; 6,2

1,3; 2,3; 3,3; 4,3; 5,3; 6,3

1,4; **2,4**; **3,4**; 4,4; 5,4; 6,4

1,5; **2,5; 3,5**; 4,5; 5,5; 6,5

1,6; **2,6; 3,6**; 4,6; 5,6; 6,6

20/36 = 5/9

ILI:

$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$\boldsymbol{= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)}$

$= 1/3 + 1/3 - \mathbf{1/3 * 1/3} = 2/3 - \mathbf{1/9} = \mathbf{5/9}$

ILI

$\boldsymbol{P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B')}$

$\boldsymbol{= 1 - P(A') \cdot P(B')}$

$\boldsymbol{=}\ 1 - (4/6) * (4/6) = 1 - 16/36 = 20/36 = 5/9$

PRIMJER

Tri nezavisna događaja A, B, C koji se međusobno ne isključuju javljaju se u nekom pokusu. Vjerojatnosti nastupanja tih događaja su: *P(A)=0,5; P(B)=0,3; P(C)=0,1*. Kolika je vjerojatnost da nastupi barem jedan od tih događaja u jednom pokusu?

Riješenje:

- vjerojatnost da nije nastupio niti jedan od ta 3 događaja je: 0,5*0,7*0,9
- shodno tome, vjerojatnost da je nastupio barem jedan od njih je:

P=1 – 0,5*0,7*0,9= 0,685

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

- **bacamo dvije kocke**
- ***A* je događaj koji nastupi kada je zbroj vrijednosti na te dvije kocke paran broj**
- kolika je vjerojatnost da se dogodi *A*?

  - na dvije kocke imamo ukupno 36 mogućih kombinacija
  - 9 je kombinacija kod kojih je na obje kocke paran broj
  - 9 je kombinacija kod kojih je na obje kocke neparan broj

  P(A)= 9/36 + 9/36 = 18/36 = 0,5

-***B* je događaj koji nastupi kada je zbroj vrijednosti na te dvije kocke djeljiv sa 5**

- kolika je vjerojatnost da se dogodi *B*?

  - na dvije kocke imamo ukupno 36 mogućih kombinacija
  - ukupan zbroj na dvije kocke je 12 te će samo one kombinacije kod kojih je zbroj vrijednosti na dvije kocke 10 ili 5 biti djeljive s 5
  - takvih je kombinacija 7 (1,4; 4,1; 2,3; 3,2; 5,5; 6,4; 4,6)

  -*P(B)*= 7/36

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

- **KOLIKA JE VJEROJATNOST DA SE DOGODI *A* UZ UVJET DA JE NASTUPIO *B*?**
- ovo ćemo označavati kao *P(A/B)* i čitati kao ***P od A, ako je B,*** odnosno

"vjerojatnost događaja A, ako je nastupio događaj B"

S OBZIROM NA PRETHODNI PRIMJER TO ZNAČI:

Znamo da je zbroj vrijednosti na dvije kocke dijeljiv s 5, kolika je

vjerojatnost da je taj zbroj paran broj?

- znamo da zbroj vrijednosti na dvije kocke djeljiv s 5 (znači 5 ili 10)
- postoji 7 takvih mogućnosti
- samo 3 mogućnosti rezultiraju s parnim brojem
- *P(A/B)*= 3/7

<u>UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM</u>

OPĆENITO

- neka je *X* prostor od *n* jednako mogućih elementarnih događaja, a A i B su definirani na njemu (uz uvjet da je $P(B)>0$)

- **apsolutna vjerojatnosti** događaja A, B i A∩B su: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$

$P(A)= m(A)/n$; $P(B)=m(B)/n$; $P(A\cap B)=m(A \cap B)/n$

-**uvjetovana vjerojatnost** događaja A je:

$\boldsymbol{P(A/B)= P(A\cap B)/ P(B)}$ - IZVOD 4

- VJEROJATNOST $P(A/B)$ JE **UVJETOVANA VJEROJATNOST** DOGAĐAJA *A*

- također vrijedi da je:

$P(A \cap B)= P(A/B)\cdot P(B)$

- što znači da je vjerojatnost zbivanja dva događaja jednaka umnošku **vjerojatnosti jednog događaja** i **uvjetovane vjerojatnosti drugog** (ako se dogodio prvi).

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

PRIMJER:
U jednoj posudi nalazi se 10 kuglica, 4 bijele i 6 crnih. Kolika je vjerojatnost da prve dvije kuglice koje nasumično izvučemo budu bijele, uz uvjet da ne vraćamo kuglice nakon izvlačenja?

RJEŠENJE:

A – prva kuglica je bijela, B – druga kuglica je bijela

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A/B) = 4/10 \cdot 3/9$

$= 2/15$

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

-ukoliko imamo tri događaja vrijedi:

$P(A \cap B \cap C) = P(C/A \cap B) \cdot P(A/B) \cdot P(A)$

PRIMJER:

Za pošiljku od 500 proizvoda, proizvođač tvrdi da ne sadrži više od 5% defektnih komada. Kolika je vjerojatnost da u uzorku od 3 proizvoda ne bude niti jedan defektan komad?

RJEŠENJE:

5% od 500 je 25, što znači da je od 500 proizvoda njih 475 ispravno.

$475/500 \cdot 474/499 \cdot 473/498 = 0{,}857$

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

Što ako su A i B nezavisni događaji? Kako onda vrijedi uvjetovana vjerojatnost?

U tom slučaju vrijedi:

$$P(A/B)=P(A); \quad P(B/A)=P(B)$$

te proizlazi da je:

$$P(A/B)= P(A); \; P(B/A)= P(B)$$

odnosno:

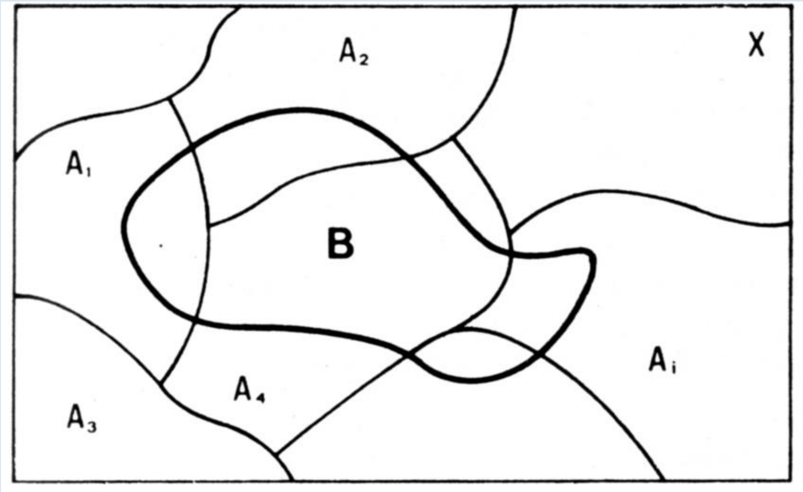
$$P(A \cap B)= P(B)\cdot P(A); \; P(B\cap A)= P(B)\cdot P(A)$$

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

Neka je X prostor elementarnih događaja $A_1, A_2, \ldots, A_n$ koji se međusobno isključuju.

Neka je B događaj definiran na istom prostoru i vrijedi P(B)>0.

Za svaki događaj A_i vrijedi: $$P(A_i / B) = \frac{P(A_i \bigcap B)}{P(B)}$$



Događaj B može se dogoditi istovremeno ili s događajem A_1, ili s događajem A_2, ili …

To možemo pisati:

$B = A_1 \cap B + A_2 \cap B + A_3 \cap B + \ldots + A_n \cap B$

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

S obzirom da se događaji $A_1 \cap B$, $A_2 \cap B$, $A_3 \cap B$, ..., $A_n \cap B$ međusobno **isključuju**, vrijedi:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) P(B/A_i)$$

Sjetimo se da je:

$P(A_i \cap B) = P(A_i) \cdot P(B/A_i)$

Uvrstimo gornja dva izraza u: $$P(A_i / B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

dobit ćemo Bayesov teorem: $$P(A_k / B) = \frac{P(A_k) P(B/A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) P(B/A_i)}$$

UVJETOVANA VJEROJATNOST. BAYESOV TEOREM

PRIMJER:
U jednoj proizvodnji 96% proizvoda zadovoljava tehničke uvjete propisane standardom. Svaki proizvod podvrgnut je grubom testu koji proizvod proglašava ispravnim uz vjerojatnost od 98% ako je proizvod stvarno dobar, ili neispravnim uz vjerojatnost od 5% ako nije zadovoljio test.
Kolika je vjerojatnost da je proizvod stvarno dobar ako ga je test proglasio dobrim?
RJEŠENJE:
A1 – proizvod je stvarno dobar P(A1)=0,96
A2 – proizvod je stvarno loš P(A2)=0,04
B – test proglašava proizvod dobrim

P(B/A1)=0,98;
P(B/A2)=0,05
P(A1/B) = ? – kolika je vjerojatnost da je proizvod stvarno dobar ako ga je test proglasio dobrim

$$P(A_k / B) = \frac{P(A_k)P(B / A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B / A_i)}$$

P(A1/B)=P(A1)*P(B/A1) / (P(A1)*P(B/A1) + P(A2)*P(B/A2))
= 0,96*0,98 / [(0,96)*0,98 + 0,04*0,05] = 0,998

P(A1/B)=0,9408/0,9428=0,998

AKSIOMATSKA IZGRADNJA TEORIJE VJEROJATNOSTI

- klasična teorija vjerojatnosti pretpostavlja **da su svi elementarni događaji jednako mogući** te **da je njihov potpuni skup konačan**

- kako bi teoriju vjerojatnosti mogli primijeniti i na slučajeve gdje ta dva uvjeta nisu zadovoljena, potrebno je provesti **aksiomatsku izgradnju teorije vjerojatnosti**, odnosno zamijeniti klasičnu definiciju vjerojatnosti **novom definicijom koja neće zahtijevati ta dva uvjeta, ali će ipak obuhvaćati i klasičnu definiciju**

- takva definicija temelji se na nizu aksioma koje prihvaćamo ***a priori***, a zatim njihovu točnost dokazujemo logičkim dedukcijama te izvodimo ostale zakonitosti.
- tu aksiomatiku uveo Kolmogorov 1933. godine.

<u>AKSIOMATSKA IZGRADNJA TEORIJE VJEROJATNOSTI</u>

-neka je *X* konačan ili beskonačan skup čiji su objekti ***elementarni događaji.***

- neka je *F* **neprazna familija podskupova** skupa *X* koja ima svojstva:

1. Ako je A_1, A_2, … niz (konačan ili beskonačan) elemenata iz *F*, onda je i $\cup A_i$ (unija elemenata iz tog niza) također element of *F*
2. Ako je A element od *F*, onda je i non-A element od *F*

- na temelju ovih aksioma temelji se AKSIOMATSKA IZGRADNJA TEORIJE VJEROJATNOSTI

- elemente familije *F* nazivamo **slučajnim događajima**, a samu familiju *F* algebrom ili poljem događaja

- prema gornjim aksiomima familija *F* je **zatvorena** s obzirom na operacije unije i uzimanja komplemenata (non-A) odnosno s obzirom na vezivanje događaja veznikom "ili" i "negaciju" u klasičnoj teoriji vjerojatnosti

AKSIOMATSKA IZGRADNJA TEORIJE VJEROJATNOSTI

Siguran događaj je cijeli skup elementarnih događaja i on se nužno mora dogoditi u svakom provođenju pokusa.
Nemoguć događaj je prazan skup i on se nikada neće dogoditi.
Za događaj A kažemo da povlači događaj B ako je A podskup od B.

Za događaj A^c (komplement skupa A) kažemo da je suprotan događaj od A ako se A^c dogodi u danom provođenju pokusa ako i samo ako se događaj A ne dogodi.

Za događaje A i B skup $A \cup B$ zovemo unija događaja A i B ako se događaj $A \cup B$ dogodi ako i samo ako se dogodi bar jedan od događaja A ili B.

Za događaje A i B skup $A \cap B$ zovemo presjek događaja A i B ako se događaj $A \cap B$ dogodi ako i samo ako se dogode oba događaja A i B.

Događaji A i B se međusobno isključuju ako je $A \cap B = \emptyset$. U tom slučaju se događaji A i B ne mogu istovremeno dogoditi.

Za događaje A i B skup $A \setminus B$ zovemo razlika događaja A i B ako se događaj $A \setminus B$ dogodi ako i samo ako se događaj A dogodi i događaj B ne dogodi.