

Elementarna matematika 2

Prva domaća zadaća

Zadatak 1. Nad stranicama paralelograma $ABCD$ konstruirani su prema van kvadrati $AEFB$, $BGHC$, $CIJD$ i $DKLA$ te neka su X , Y , Z i T redom središta tih kvadrata. Dokažite da je četverokut $XYZT$ kvadrat.

Zadatak 2. U pravokutnom trokutu ABC nožište visine iz vrha C (pri kojem je pravi kut) je točka D . Iz D su na katete spuštene okomice duljine x i y . Ako je v duljina visine na hipotenuzu, dokažite da vrijedi $cxy = v^3$.

Zadatak 3. Dan je trokut sa stranicama $|AB| = 16$, $|AC| = 12$ i $|BC| = 20$. Na stranici AB , nalaze se točke M i P , a na stranici BC točke N i Q takve da je $MN \parallel PQ \parallel AC$ i $|CN| = |BQ| = 5$. Odredite duljine stranica trapeza $MPQN$.

Zadatak 4. Na stranicama \overline{CA} i \overline{CB} trokuta $\triangle ABC$ redom su dane točke P i Q tako da vrijedi $|AP| = |BQ|$. Neka je M polovište luka \widehat{BCA} opisane kružnice trokuta $\triangle ABC$.

a) Dokažite da su trokuti $\triangle PAM$ i $\triangle QBM$ sukladni.

b) Dokažite da su točke C , P , Q i M konciklične.

Zadatak 5. Dijagonale tetivnog četverokuta međusobno su okomite i dijele ga na četiri trokuta. Dokažite da visina svakog od tih trokuta i težišnica nasuprotnog trokuta, povučene iz sjecišta dijagonala, leže na istom pravcu.