




Vježbe iz Astronomije i astrofizike

Krešimir Tisanić



Verzija 19. listopada 2016.
Interna skripta
Zagreb

Slika na naslovnoj strani: Kuglasti skup M13 u zvijezdu Herkula. HST.

Sadržaj

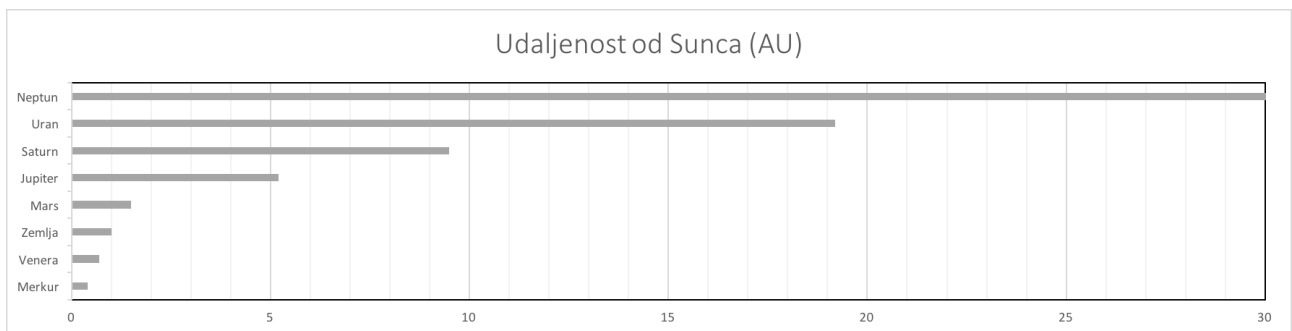
1 Sunčev sustav i noćno nebo	5
1.1 Sunčev sustav	5
1.1.1 Sunce	6
1.1.2 Planeti i mala tijela Sunčevog sustava	6
1.1.3 Heliopauza	8
1.1.4 Oortov oblak i kometi	9
1.2 Mjerne jedinice	9
1.3 Nebo	9
1.4 Zadaci	10
2 Sferna astronomija	17
2.1 Zadaci	18
3 Intenzitet svjetlosti i magnitude	23
3.1 Zračenje i fizikalne veličine	23
3.2 Zadaci	26
Dodaci	30
A Slike	33
B Nebo	41



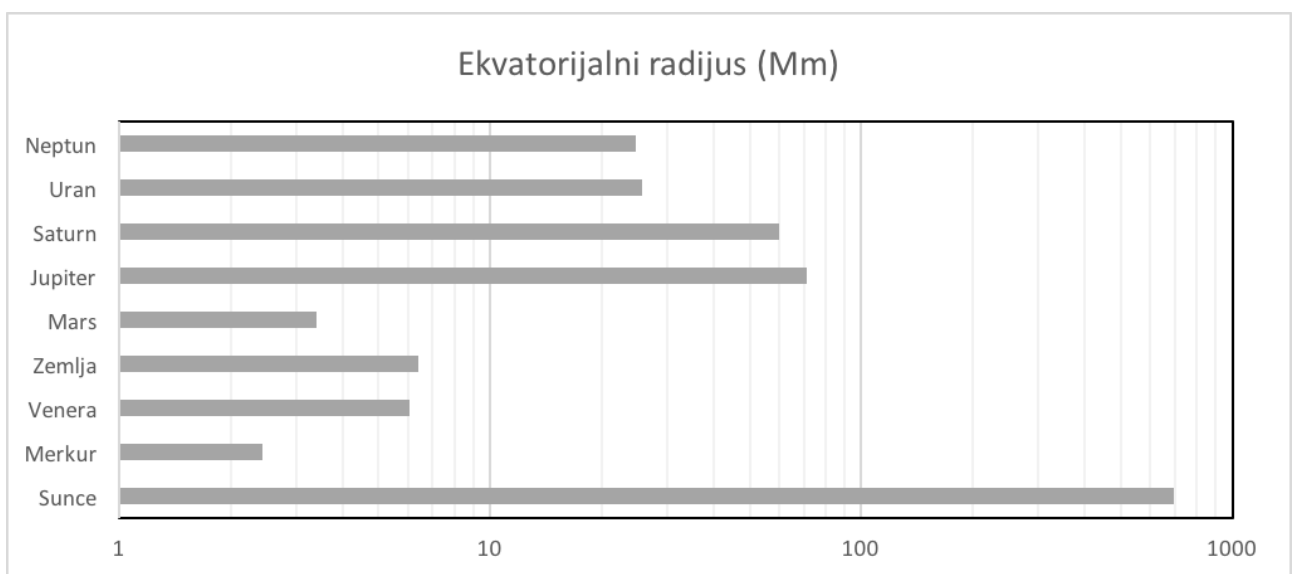
1. Sunčev sustav i noćno nebo

1.1 Sunčev sustav

Sunčev se sustav sastoji od mnogih tijela: Sunca, planeta, patuljastih planeta... Kako bi se mogli bolje snaći u velikim brojevima, koristimo astronomsku jedinicu - udaljenost Zemlje od Sunca (slika 1.1 i tablica 1.1). U središtu se nalazi Sunce - nama najbliža zvijezda koja utječe Sunčevim vjetrom, krivcem za polarne svjetlosti na Zemlji i drugim planetima, na svoju okolinu sve do heliopauze, područja gdje se Sunčev vjetar zaustavlja.



Slika 1.1: Udaljenosti planeta od Sunca.



Slika 1.2: Radijusi Sunca i planeta.

Tablica 1.1: Podaci o Sunčevom sustavu

	Udaljenost od Sunca	Ekvatorski		Masa		T
	[AU]	[Mm]	[R_{\oplus}]	[M_{\oplus}]	[10^{24} kg]	[K]
Sunce		695.7	109.04	334673	1998000	5772
Merkur	0.4	2.44	0.38	0.055	0.3	452
Venera	0.7	6.05	0.95	0.82	4.9	733
Zemlja	1	6.38	1.00	1	6.0	287
Mars	1.5	3.40	0.53	0.11	0.7	226
Jupiter	5.2	71.49	11.21	317.83	1897.4	165
Saturn	9.5	60.27	9.45	95.16	568.1	134
Uran	19.2	25.56	4.01	14.54	86.8	64
Neptun	30.1	24.76	3.88	17.15	102.4	62

1.1.1 Sunce

Sunce je zvijezda površinske temperature ~ 5700 K, mase $\sim 2 \times 10^{30}$ kg i radijusa ~ 700 Mm. Kada promatramo Sunčev disk, prividni oblik Sunca kakav ga vidimo sa Zemlje, vidimo samo najdublji sloj Sunčeve atmosfere, fotosferu. Unutar nje, temperatura se kreće u rasponu od 4000 K u najvišem dijelu do 8000 K u najdubljem dijelu fotosfere.

1.1.2 Planeti i mala tijela Sunčevog sustava

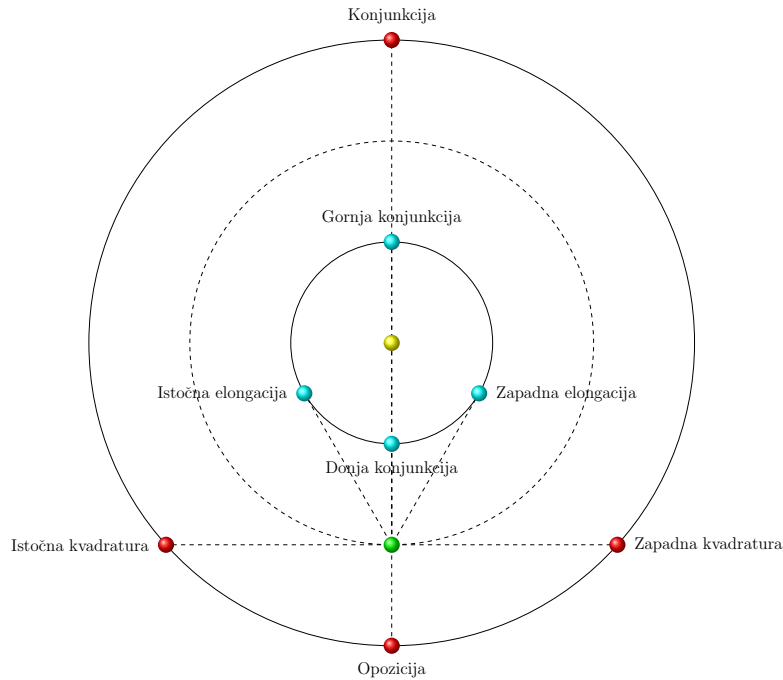
Po položaju u odnosu na Zemlju, razlikujemo unutarnje i vanjske planete. Planeti mogu doći u posebne položaje naspram Zemlje (slika 1.3), za unutarnje planete to su:

- **Donja konjunkcija:** planet prelazi preko Sunčevog diska. Kut Sunce-Zemlja-planet, $\epsilon = 0$.
- **Elongacije (istočna i zapadna):** položaji s najvećim ϵ . Gledano sa Zemlje, to su točke kada su unutarnji planeti najdalje od Zemlje.
- **Gornja konjunkcija:** planet se nalazi iza Sunca, $\epsilon = 0$.

Vanjski planeti imaju posebne položaje:

- **Opozicija:** planet nasuprot Sunca, najbolje se vidi po noći. Kut Sunce-Zemlja-planet je $\epsilon = \pi$.
- **Kvadrature (istočna i zapadna):** $\epsilon = \pi/2$.
- **Konjunkcija:** $\epsilon = 0$.

Terestrički planeti su planeti koji su po sastavu slični Zemlji, odnosno, nisu plinoviti. Usporedbu veličina planeta može se vidjeti na slici 1.2. Nakon asteroidnog pojasa, slijede 4 plinovita diva, a ime jovijanski dobili su po najvećem: Jupiteru (*lat.* Iuppiter, gen. Iovis).



Slika 1.3: Položaji planeta.

Merkur

Merkur je najbliži planet Suncu (trećina astronomske jedinice). Ujedno je i planet najmanjeg radijusa i najčudnije orbite. Naime, njegova orbita se zakreće zbog toga što je dovoljno blizu Suncu da se pri opisu njegova gibanja mora koristiti Opća teorija relativnosti. Gotovo da nema atmosferu pa mu se temperatura po danu i po noći značajno razlikuje (varira od 100 K po noći do više od 600 K po danu) [1].

Venera

Venera je planet po veličini najsljedniji i najbliži Zemlji, a nalazi se na trećini astronomske jedinice od Zemlje. Ona je ujedno i vrlo vruć planet. Naime, njezina atmosfera se sastoji od ugljikovog dioksida pa efektom staklenika postiže temperature oko 800 K.

Zemlja

Zemlja je treći planet od Sunca, ujedno i jedini na kojemu je potvrđen život. Ima jedan satelit: Mjesec, čiji je radijus otprilike 4 puta manji od Zemljinog. On je plimno zaključan u odnosu na Zemlju: uvijek vidimo samo jednu njegovu stranu.

Mars

Mars je planet malog atmosferskog tlaka i atmosfere većinski sastavljene od ugljikovog dioksida. Temperatura na njemu kreće se u rasponu od 100 do 300 K. Ima dva satelita: Phobos (slika A.1) i Deimos. Nalazi se otprilike na pola astronomske jedinice od Zemlje, odnosno 1.5 AU od Sunca.

Asteroidni pojas

Asteroidni pojas nalazi se između Marsa i Jupitera. Najpoznatiji objekt iz ove skupine je Ceres. Iako je u prošlosti bio smatran planetom, kao i Pluton, danas se smatra patuljastim planetom. Asteroide klasificiramo po njihovom sastavu: C - bogati ugljikom, S - bogati silicijem i M - bogati metalima [2]. Meteoriti su razmravljeni asteroidi koji sagorijevaju u Zemljinoj atmosferi. Crtež ovog područja prikazan je na slici [A.2](#)

Jupiter

Jupiter je plinoviti div koji se sastoji većinom od vodika i helija. Unutrašnjost mu je tolike gustoće da se vodik počinje ponašati kao metal, opravdavajući tako svoju poziciju među metalima u periodnom sustavu. Na njemu već više od 300 godina bjesni oluja [1] - Velika crvena točka koja polako jenjava (slika [A.3](#)). Oko Jupitera postoji jedva vidljivi prsten i mnoštvo satelita. Četiri najveća i najpoznatija su: Io, Europa, Ganimed i Callisto (slika [A.4](#)). (Njih je otkrio još Galileo Galilei.) Io je najbliži Jupiteru te je zbog toga i geološki najaktivniji objekt u Sunčevu sustavu: prepun je vulkana. Europa je mjesec kojemu se površina sastoji većinski od vodenog leda.

Saturn

Saturn je planet koji je lakši od vode. Atmosfera mu se sastoji pretežito od vodika i helija, a u unutrašnjosti postoji i metalni vodik. Okružen je velikim prstenovima, vidljivima i dalekozorom. Iako ih ima mnogo, najpoznatiji mu je satelit Titan, na kojeg se 2005. spustila i sonda Huygens iz misije Cassini-Huygens. Ova misija omogućila je izradu preciznih mapa Titana, čija se površina inače ne bi vidjela zbog guste atmosfere. Misija je omogućila i bolje promatranje heksagona na Saturnovom sjevernom polu koji su posljedica različitih brzina vjetrova u Saturnovoj atmosferi (slika [A.5](#)).

Uran i Neptun

Uran je plinoviti div 4 puta veći od Zemlje. Za razliku od ostalih planeta, njegova os rotacije je skoro okomita na os vrtnje oko Sunca. Neptun je najvjetrovitiji planet u Sunčevom sustavu, a plava mu boja potječe od metana. Oba planeta imaju mnoštvo mjesece i prstene.

Patuljasti planeti

Patuljasti planeti su manji od planeta te nisu uspjeli očistiti svoju putanju od drugih tijela. Primjeri su Pluton, Ceres, Sedna i Eris. Plutonova je specifičnost to što praktički čini dvojni sustav s mjesecom Haronom: centar mase tog sustava je izvan Plutona. Pluton i Haron su plimno zaključani: uvijek je ista strana Plutona okrenuta prema Haronu i obrnuto.

1.1.3 Heliopauza

Sunčev vjetar stvara pritisak na rijedak plin međuzvezdanog medija formirajući mjehur oko Sunca. Heliopauza označava predio u kojemu završava utjecaj sunčevog vjetrova. Trenutačno ovo područje istražuju letjelice Voyager 1 i 2.

1.1.4 Oortov oblak i kometi

Kometi su tijela koja se gibaju po izduženim stazama. To su maleni objekti, u radijusa od 1 do 10 km koji dolaze iz Oortovog oblaka - područja koje se proteže na udaljenostima 50 – 200 kAU. Kometi se sastoje od 3 dijela: jezgre, kome (naziv za atmosferu kometa) i repa. Općenito, kometi imaju 2 repa: ionski i rep od prašine (slika A.6). Misija Rosetta prva se spustila na neki komet: Churyumov-Gerasimenko. Poznati kometi su još Hubbleov i Shoemaker-Levy 9 (sudario se s Jupiterom ostavivši trag u njegovoj atmosferi (slika A.7).

1.2 Mjerne jedinice

U ovisnosti o udaljenosti, imamo različiti skup prikladnih jedinica:

- unutar Sunčevog sustava udaljenost izražavamo astronomskim jedinicama - udaljenošću Zemlje od Sunca $1 \text{ AU} = 149.6 \text{ Gm}$
- unutar galaksije prikladni su godina svjetlosti $1 \text{ ly} = 9.46 \text{ Pm}$ i parsek (udaljenost pod kojim vidimo jednu astronomsku jedinicu kao kut od jedne lučne sekunde) $1 \text{ pc} = 3.262 \text{ ly} = 30.9 \text{ Pm}$ i kiloparseke $1 \text{ kpc} = 3.262 \text{ kly} = 30.9 \text{ Em}$
- između galaksija, koristimo primjerice megaparseke $1 \text{ Mpc} = 3.262 \text{ Mly} = 30.9 \text{ Zm}$

1.3 Nebo

Ovisno o dobu godine, vidjet ćemo različite zvijezde zbog Zemljine vrtnje oko Sunca. Neke zvijezde su uvijek vidljive, njih nazivamo cirkumpolarnima dok se neke ne vide nikada s naše lokacije - to su anticirkumpolarne zvijezde. Zvijezde su povijesno organizirane u zvijezda. Danas služe samo kako bismo se snašli na nebu i mogli si vizualno predočiti gdje se nalazi objekt kojeg promatramo, iako su u povijesti imala važniju ulogu u navigaciji (otud i nazivi nekih od njih: oktant i sekstant). Ima ih 88 i obično se označavaju s tri slova njihovog latinskog imena. Unutar zvijezda, najsjajnija zvijezda je imenovana α , druga po sjaju β i tako dalje. Danas je zvijezda poznato puno više nego što ima slova u bilo kakvoj abecedi, pa se novije otkrivene zvijezde označavaju po broju u katalogu. Osim zvijezda, na noćnom nebu možemo vidjeti mnoge objekte poput maglica, galaksija (dvije golim okom: Mliječnu stazu i Andromedinu galaksiju) i skupova zvijezda.

Skupove zvijezda dijelimo po njihovoj gustoći. Otvoreni skupovi sadrže od nekoliko desetaka do nekoliko stotina zvijezda. Zbog gravitacijskih utjecaja ostatka galaksije, otvoreni se skupovi rasprše unutar nekoliko milijuna godina. S druge strane, kuglasti skupovi sadrže nekoliko stotina tisuća zvijezda i sferoidalnog su oblika. U njima se nalaze najstarije zvijezde Mliječnog puta.

Osim zvijezda, na nebu vidimo i maglice. Njih možemo podijeliti na:

- **Difuzne:** Difuzne maglice su objekti koji nemaju pravilan i određen oblik, a dijelimo ih na:
 - **emisijske:** Oblaci ioniziranog vodika (HII) oko vrućih (O) zvijezda koji pod njihovim utjecajem emitiraju svjetlost.
 - **refleksijske:** Oblaci prašine oko sjajne zvijezde koji reflektiraju svjetlost zvijezde.
 - **tamne:** Oblaci prašine koje u vidljivom dijelu spektra vidimo samo kao predjele neba u kojima nema puno zvijezda. Ovakvi oblaci prašine apsorbiraju svjetlost zvijezda.

- **planetarne:** Za određeni tip starih zvijezda se događa da izbace svoje vanjske slojeve, koji oko nje ostaju kao maglica. Ime su dobili zbog toga što su često bile zamjenjivane za planete poput Urana.
- **ostatke supernova:** Prilikom kolapsa jezgre zvijezde, vanjski slojevi zvijezde bivaju izbačeni. Ovi izbačaji ostaju oko eksplodirale zvijezde i poprimaju ili prstenasti ili nepravilan oblik.

Prvi katalog skupova zvijezda i maglica objavio je 1771 C. Messier, koji je u potrazi za kometima sastavio popis objekata koji su mu smetali u poslu. U njegovom se popisu nalazi 110 objekata, od M1 do M110. Iako postoji puno modernih kataloga, budući da su Messierovi objekti vidljivi i malim teleskopom te imaju lako pamtljiva imena, ostao je u upotrebi. Neki od objekata iz Messierovog kataloga prikazani su u tablici 1.2.

Tablica 1.2: Izabrani objekti iz Messierovog popisa.

Objekt	Opis	Zviježđe
M1	ostatak supernove	Bik
M8	emisijska maglica	Strijelac
M13	kuglasti skup	Herkul
M15	kuglasti skup	Pegaz
M16	emisijska	Zmija
M20	emisijska i refleksijska maglica, otvoreni skup	Strijelac
M27	planetarna maglica	Lisica
M31	galaksija	Andromeda
M42	emisijska maglica	Orion
M45	otvoreni skup	Bik
M57	planetarna maglica	Lira
M87	galaksija	Djevica

1.4 Zadaci

Zadatak 1.1. Nađite kut maksimalne elongacije za Merkur ako je velika poluos Merkurove orbite $a_{\text{☿}} = 0.387$ AU, a numerički ekscentricitet $e_{\text{☿}} = 0.205$ (slika 1.4).

Rješenje. Neka su d_{\oplus} i $d_{\text{☿}}$ udaljenosti Zemlje i Merkura od Sunca, a α kut Sunce-Merkur-Zemlja. Sinusov poučak daje

$$\epsilon = \arcsin \frac{d_{\text{☿}} \sin \alpha}{d_{\oplus}},$$

Udaljenosti Sunce-Merkur u perihelu i afelu dobivamo pomoću numeričkog ekscentriciteta

$$d_{\text{☿}}^+ = a_{\text{☿}}(1 + e) = 0.466 \text{ AU}$$

$$d_{\text{☿}}^- = a_{\text{☿}}(1 - e) = 0.308 \text{ AU}$$

Vidimo da će ϵ biti maksimalan za $\alpha = \pi/2$, to možemo pogledati npr. deriviranjem $\sin \epsilon$ po α :

$$\frac{d \sin \epsilon}{d \alpha} = \frac{d_{\text{☿}} \cos \alpha}{d_{\oplus}} = 0 \rightarrow \alpha = \pi/2.$$

Zanemarujući ekscentricitet Zemljine orbite, dobivamo:

$$\epsilon^{\pm} = \arcsin a_{\text{☿}}[\text{AU}](1 \pm e_{\text{☿}}),$$

ovisno o tome je li Merkur u perihelu ili afelu (najmanjoj ili najvećoj udaljenosti od Sunca) ta vrijednost iznosi $\epsilon^- = 17.9^\circ$, odnosno $\epsilon^+ = 27.9^\circ$. \triangle

Zadatak 1.2. Izračunajte vrijeme između dvije opozicije za vanjske planete, odnosno između dvije donje konjunkcije za unutarnje planete (sinodička godina, S), ako je period revolucije planeta dan s P_i (siderička godina).

Rješenje. Planeti imaju različite kutne brzine, $\omega_i = 2\pi/P_i$. Vanjski planeti imaju duže sideričke godine od Zemljine, a unutarnji kraće od Zemljine. Razlika kuteva između Zemlje i planeta dana je sa

$$\Delta\phi = t |\omega_{\oplus} - \omega_i|.$$

Stavljajući $\Delta\phi = 2\pi$, dobivamo izraz za sinodičku godinu planeta

$$\frac{1}{S} = \begin{cases} \frac{1}{P_{\oplus}} - \frac{1}{P}, & \text{vanjski planeti} \\ \frac{1}{P} - \frac{1}{P_{\oplus}}, & \text{unutarnji planeti} \end{cases}$$

△

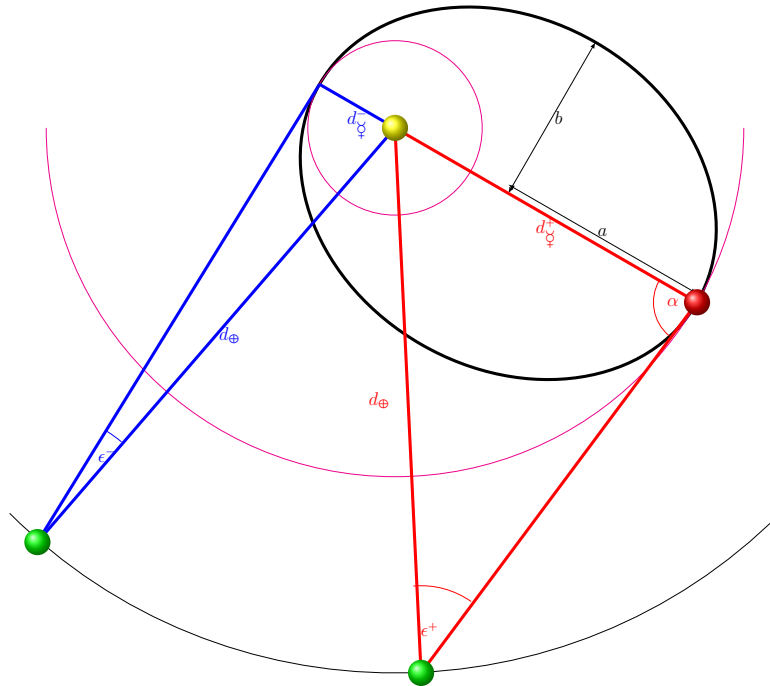
Zadatak 1.3. Izvedite izraz za plimnu silu (slika 1.5).

Rješenje. U točki P imamo silu zbog utjecaja mase m

$$\mathbf{F}_P = \frac{GMm}{s^2} (\cos\phi \hat{x} - \sin\phi \hat{y}).$$

Kut ϕ moramo povezati s kutom θ

$$\sin\phi = \frac{R}{s} \sin\theta = \frac{R}{r} \sin\theta + O((R/r)^2).$$



Slika 1.4: Maksimalna elongacija Merkura.

$$\rightarrow \cos \phi \approx 1.$$

Razvojem nazivnika u red i zadržavanjem samo R/r članova, dobivamo

$$\mathbf{F}_P = \frac{GMm}{r^2} ((1 + 2R/r \cos \theta)\hat{x} - R/r \sin \theta \hat{y}).$$

Kada od ovog izraza oduzmemo silu u točki C dobivamo izraz za plimnu silu

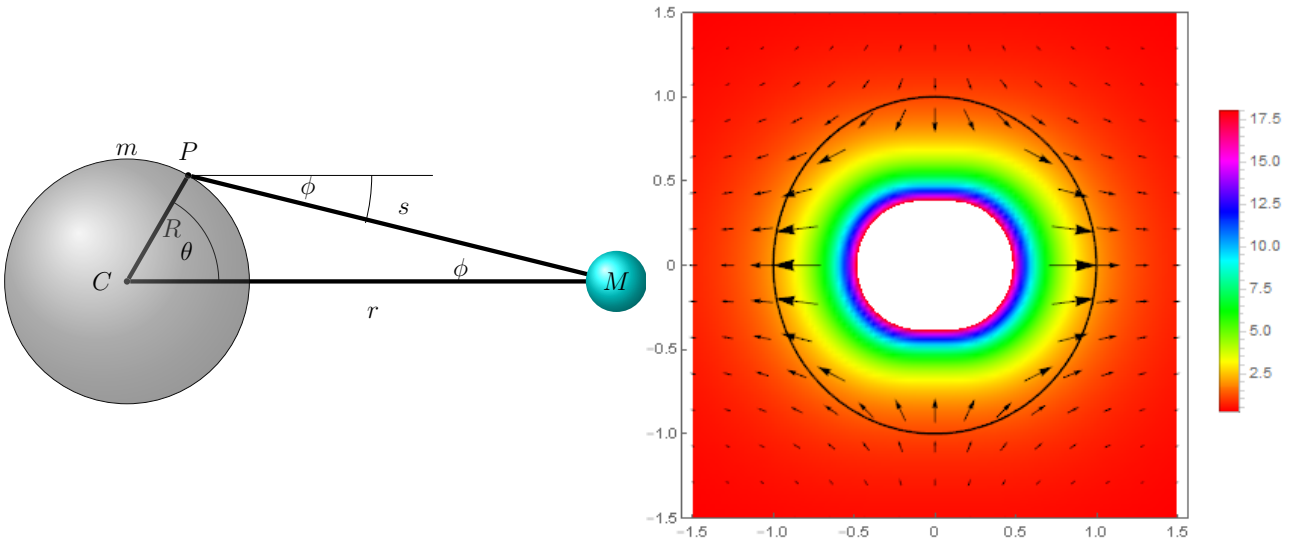
$$\Delta \mathbf{F} = \frac{GMmR}{r^3} (2 \cos \theta \hat{x} - \sin \theta \hat{y}).$$

△

Zadatak 1.4. Izvedite Rocheovu granicu. Diskutirajte kako se ovaj izraz mijenja ako mjeseca ima sinkronu rotaciju. Pojasnite Rocheovu granicu na primjeru Saturnovih prstena te Jupiterovog satelita Io-a.

Rješenje. Uvjet nestabilnosti je da je privlačenje djelića površine satelita mase m_m manje od plimne sile uzrokovane planetom mase m_p . Ako je ovaj uvjet zadovoljen, satelit će se ili raspasti ili uopće nije moglo doći do njegovog nastanka. Promatramo točku koja je najbliže planetu (koji je na udaljenosti r , planet ima radijus R_p , a satelit R_m)

$$\frac{Gm_m}{R_m^2} \leq \frac{2Gm_p R_m}{r^3}.$$



Slika 1.5: *Lijevo:* Skica nastanka plimnih sila. *Desno:* Smjer $\Delta \mathbf{F}$ je prikazan strelicama dok je bojom prikazan $|\Delta \mathbf{F}|$.

Uvrštavanjem gustoća dolazimo do izraza

$$r \leq f_R \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{1/3} R_p = f_R \left(\frac{m_p}{m_m} \right)^{1/3} R_m,$$

gdje je u ovom slučaju $f_R = 2^{1/3} = 1.26$. U ovom smo izvodu zanemarili rotaciju satelita. Ako pretpostavimo da je ona sinkrona (tj. satelit se jednakom kutnom brzinom vrti oko svoje osi kao što se vrti oko planeta), uključujemo centrifugalnu silu

$$F_C = \omega^2 m_m R_m = \frac{G m_p}{m_m r^3} m_m R_m = \frac{G m_p}{r^3}.$$

Vidimo da smo dobili izraz koji možemo zbrojiti s plimnom silom te dobivamo $f_R = 3^{1/3} = 1.442$. Precizniji izračun daje još veću vrijednost, $f_R = 2.456$.

Ako uvrstimo u ovaj izraz srednju gustoću i radijus Saturna $\rho_{\text{S}} = 0.687 \text{ g/cm}^3$; $R_{\text{S}} \sim 54 \text{ Mm}$ te procijenimo gustoću prstena prema npr. gustoće Enceladusa, $\rho_E \sim 1.6 \text{ g/cm}^3$ i Tethysa, $\rho_T \sim 0.97 \text{ g/cm}^3$, dobivamo $r \sim 100 \text{ Mm}$, odnosno $r \sim 120 \text{ Mm}$. Ove brojke su daleko veće od unutarnjeg radijusa unutrašnjeg Saturnovog prstena (D prstena), 67 Mm . Teoriju da su prstenovi nastali raspadom nekog mjeseca predložio je još Roche, a danas postoje varijante te teorije. Canup je predložio da su prstenovi možda nastali od ledene kore Enceladusa, što bi objasnilo njegovu veću gustoću (referenca u odjeljku *Detaljnije*).

U slučaju Jupiterovog mjeseca Io-a, $\rho_{\text{I}} = 3.528 \text{ g/cm}^3$, $R_{\text{I}} \sim 71.5 \text{ Mm}$ te $\rho_{\text{I}} \sim 3.528 \text{ g/cm}^3$, što daje Rocheovu granicu $\sim 126 \text{ Mm}$. Ovo je mala udaljenost naspram Iovog periapsisa, 420 Mm , ali Rocheova granica nije jedini efekt nastao plimnim silama. Naime, Io-a "razvlače" plimne sile i Jupitera i ostalih njegovih mjeseca uzrokujući zagrijavanje.

Tablica 1.3: Pregled radijusa Saturnovih prstenova.

Struktura	unutarnji radijus (Mm)	vanjski radijus (Mm)
D prsten	66.9	74.5
C prsten	75	92
B prsten	92	118
Cassinijeva podjela	118	122
A prsten	122	137
Rocheova podjela	137	139
F prsten	140	500
Janus/Epimetheusov prsten	149	154
G prsten	166	175
Methonin prstenov luk	194	
Antheov prstenov luk	198	
Pallene prsten	211	214
E prsten	180	480
Phoebe prsten	4 Gm	> 13 Gm

△

Zadatak 1.5. Izvedite vezu između kuta i udaljenosti u parsecima.

Rješenje. Promotrimo sliku 1.6. Parsek je definiran kao udaljenost pod kojom se udaljenost Sunce-Zemlja vidi pod kutem od $1''$. Položaj Sunca označen je sa S, a Zemlje sa E. Njihova međusobna udaljenost je 1 AU . Udaljenost Sunce-objekt D je označena sa d . Vrijedi relacija

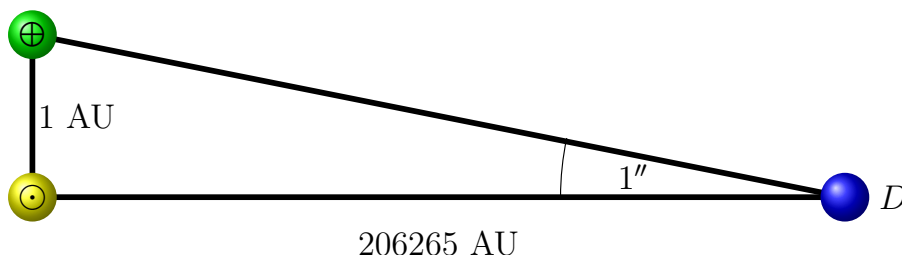
$$d = \frac{1 \text{ AU}}{\tan 1''} \approx 648000 \frac{1 \text{ AU}}{\pi},$$

gdje smo kuteve preračunali u radijane i aproksimirali tangens za male kuteve. Budući da i najbliža zvijezda (osim Sunca) ima paralaksu $p < 1''$, ova relacija će uvijek biti zadovoljena i

vrijedi jednostavna skala

$$d[pc] = \frac{1}{p["]}.$$

△



Slika 1.6: Definicija parseka

Zadatak 1.6. Ako je udaljenost nama najbliže zvijezde (osim Sunca) α Cen 1.325 ± 0.007 pc, koliko je on udaljen u godinama svjetlosti i petametrima?

Rješenje. Znamo da je $1 \text{ pc} = 3.262 \text{ ly} = 30.86 \text{ Pm}$, a budući da je konverzija linearna, jednostavno dobivamo pogrešku. Preračunato u svjetlosne godine, udaljenost α Cen je $4.32 \pm 0.02 \text{ ly}$, a preračunato u metre, to je $40.9 \pm 0.2 \text{ Pm}$. Iako relativna pogreška zvuči odlično, 5‰, pogreška je 200 Tm, to je više od 1300 AU! Za usporedbu, heliopauza se nalazi na $\sim 100 \text{ AU}$, Sedna se kreće u rasponu od 70 – 900 AU, a najdalji poznati objekti u Oortovom oblaku kreću se na udaljenosti od $\sim 70000 \text{ AU}$. △

Zadaci za vježbu

1. Koliko ima planeta u Sunčevom sustavu? Koji su jovijanski, a koji terestrički?
2. Što je Jupiterova crvena točka? Nabrojati 4 Jupiterova mjeseca.
3. Po čemu je poznat Io, po čemu Europa?
4. Koji planeti imaju prstenove? Koji planeti nemaju mjesece?
5. Nabrojati 2 patuljasta planeta
6. Kako klasificiramo asteroide?
7. Izračunajte kuteve maksimalne elongacije za Zemlju gledano sa Jupitera ako je glavna poluos njezine orbite 1 AU, a ekscentricitet $e = 0.017$. Udaljenost Marsa od Sunca je 5.2 AU.
8. Procijenite Rocheovu granicu za sustav Zemlja-Mjesec. (Za Zemlju, 3.53 Mm a za Mjesec 18.6 Mm. Prava udaljenost Zemlje i Mjeseca je $\sim 380 \text{ Mm}$).
9. Što je parsek, a što svjetlosna godina? Koliko jedna godina svjetlosti iznosi petametara, a koliko jedan parsek?
10. α Cen je zapravo sustav od triju zvijezda, dvije najbliže komponente imaju međusobnu udaljenost (gledano sa Zemlje) pod kutem od $17.57 \pm 0.022''$. Koliko je to astronomskih jedinica, a koliko gigametara?

Detaljnije

Vladis Vujnović: *Astronomija 1.*

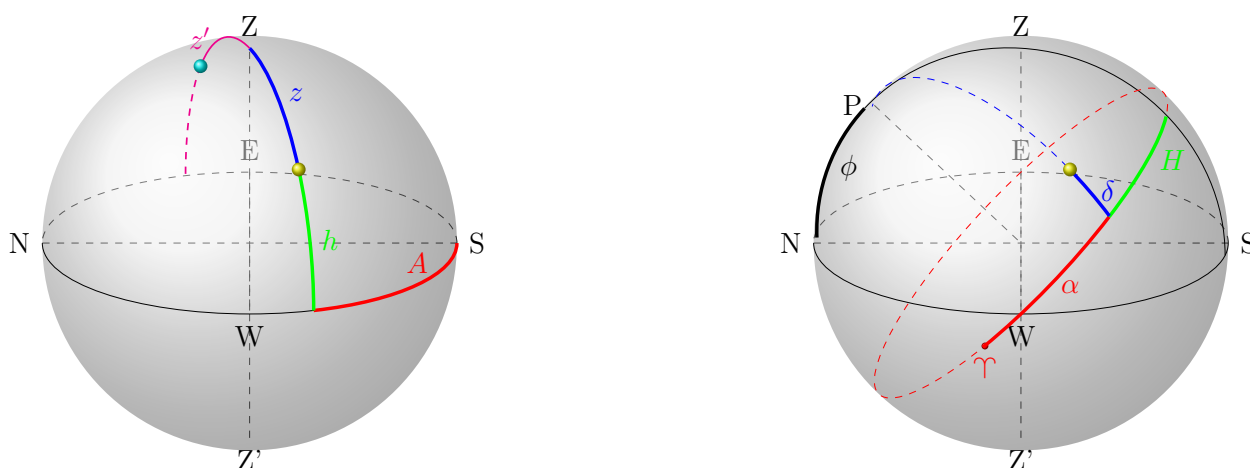
Gary Mechler: *Planets and Their Moons.*

Robin M. Canup: *Origin of Saturn's rings and inner moons by mass removal from a lost Titan-sized satellite*, Nature 468, 943–946

2. Sferna astronomija

Pri opisu gibanja na nebu, koristi se nekoliko sustava, ovisno o tome koje informacije imamo na raspolaganju npr.:

1. **Horizontski koordinatni sustav** koristi visinu objekta nad horizontom h i kut azimuta A - kutna udaljenost između južnog pola i projekcije objekta na horizont. Ekvivalentno se može koristiti npr. zenitna udaljenost $z = 90^\circ - h$.
2. **Ekvatorski koordinatni sustav** je sustav najbliži sustavu paralela i meridijana na Zemlji: paralelama odgovara deklinacija δ , a meridijanima rektascenzija α . Rektascenziji je polazišna točka pozicija Sunca za vrijeme proljetnog ekvinocija (proljetna točka, Υ), a mjeri se u satima, minutama i sekundama, dok se deklinacija mjeri u stupnjevima i slična je kutu θ u sfernom sustavu, ali je u intervalu $[-90^\circ, 90^\circ]$. Ovako definiran koordinatni sustav zove se nebeski ekvatorski koordinatni sustav. Za razliku od njega, možemo uvesti veličinu ekvivalentnu rektascenziji - satni kut, H , koji se mjeri kao udaljenost od opažačevog meridijana (linije koja povezuje zenit i jug). Satni kut proljetne točke zove se lokalno sideričko vrijeme. Pomoću satnog kuta i deklinacije definiran je mjesni ekvatorski koordinatni sustav (slika B.13).
3. **Ekliptički koordinatni sustav** je sustav kojemu je ekvator ravnina ekliptike (nagnuta pod kutem $\epsilon \approx 23^\circ$ u odnosu na nebeski ekvator, označena žutom bojom na slici B.13)
4. **Galaktički koordinatni sustav** je sustav kojemu je ekvator ravnina diska Mliječne staze, a ishodište galaktičke longitude je položaj galaktičkog centra (slika B.14)



Slika 2.1: *Lijevo:* Horizontski koordinatni sustav. Zvijezde su označene žutom i cijan bojom. *Desno:* Nebeski ekvatorski koordinatni sustav.

2.1 Zadaci

Zadatak 2.1. Dokazati izraz $ST = H + \alpha$.

Rješenje. Neka je X pozicija objekta na nebu. Sideričko je vrijeme satni kut proljetne točke, H_{Υ} . Projicirajmo poziciju X na nebeski ekvator (linija $\delta = 0$), to je točka D . Duž nebeskog ekvatora, vidimo da je udaljenost RD jednaka satnom kutu H , dok je rektascenzija točke udaljenost ΥD . Iz toga slijedi izraz

$$H_{\Upsilon} = \alpha + H.$$

△

Zadatak 2.2. Izvedite sinusov i kosinusov poučak u sfernoj trigonometriji.

Rješenje. Na slici 2.2 prikazan je sferni trokut sa stranicama a , b i c i kutevima A , B i C te ishodištem O . Skalarni produkt između vektora \vec{OB} i \vec{OC} je

$$\vec{OB} \cdot \vec{OC} = |\vec{OB}| |\vec{OC}| \cos a = \cos a.$$

S druge strane, raspisujući komponente

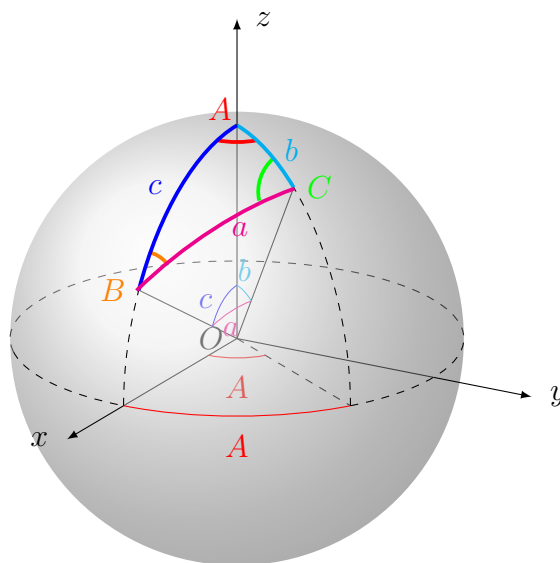
$$\vec{OB} \cdot \vec{OC} = (\sin c, 0, \cos c) \cdot (\sin b \cos A, \sin b \sin A, \cos b).$$

Izjednačavajući, dobivamo kosinusov poučak:

$$\cos a = \cos A \sin b \sin c + \cos b \cos c$$

Primijetimo da jednadžba jednako tretira susjedne stranice stranici a , kao i kosinusov poučak u ravnini. Koristeći relaciju $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$ dobivamo

$$\sin A = \frac{\sqrt{\sin^2 b \sin^2 c - (\cos a - \cos b \cos c)^2}}{\sin b \sin c}.$$



Slika 2.2: Sferni trokut za izvod sinusovog i kosinusovog poučka.

Zamjenom $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b$ i $\sin^2 c = 1 - \cos^2 c$ te dijeljenjem sa $\sin a$ dobivamo izraz invarijantan na permutaciju stranica i kuteva

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sqrt{1 - (\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c) + 2 \cos a \cos b \cos c}}{\sin a \sin b \sin c},$$

odnosno, dobili smo sinusov poučak

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}.$$

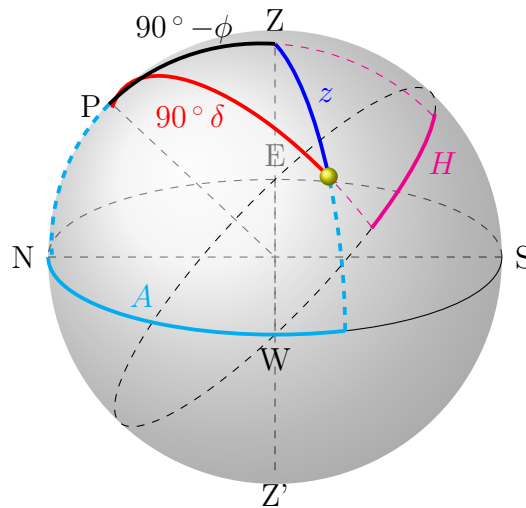
△

Zadatak 2.3. Zvijezda Betelgez se u trenutku prolaska kroz nebeski meridijan nalazi na zenitnoj udaljenosti od $37^\circ 36'$, odredite geografsku širinu opažača. Kolika joj je zenitna udaljenost nakon jednog sata? Kada će doseći horizont?

Rješenje. Prateći definicije koordinata, znamo da je zenitna udaljenost nebeskog ekvatora jednaka geografskoj širini $\phi = z_{ekv}$ (provjera: Sjeverni pol, $\phi = 90^\circ \rightarrow z_{ekv} = 90^\circ$). Prema tome, $z + \delta = z_{ekv}$. Dakle, $\phi = 45^\circ$. Za jedan sat, zvijezda više nije na meridijanu, te moramo koristiti sfernu trigonometriju

$$\cos z(H) = \cos(90 - \phi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \phi) \sin(90 - \delta) \cos H. \quad (2.1)$$

Satni kut je $H = 360 \times 1/24 = 15^\circ$ te dobivamo $z \sim 39^\circ 44'$. Dakle zvijezda se spustila za približno 2° prema horizontu. Vrijeme dostizanja horizonta dobivamo tako da u jednadžbu 2.1 uvrstimo $z = 90^\circ$ te dobivamo $H = 97.5^\circ = 6.5$ h. △



Slika 2.3: Sferni trokut s određenim parametrima horizontskog i ekvatorskog koordinatnog sustava.

Zadatak 2.4. Koliko dugo traje sumrak ako možemo smatrati da je počela noć kada sunce zađe 18° ispod horizonta?

Rješenje. Neka je H_i satni kut Sunca u trenutku i . Kosinusov poučak daje

$$\cos z_i = \cos(\pi/2 - \phi) \cos(\pi/2 - \delta) + \sin(\pi/2 - \phi) \sin(\pi/2 - \delta) \cos H_i,$$

odnosno

$$\begin{aligned}\cos 90^\circ &= \sin(\phi) \sin(\delta) + \cos(\phi) \cos(\delta) \cos H_1 \\ \cos 108^\circ &= \sin(\phi) \sin(\delta) + \cos(\phi) \cos(\delta) \cos H_2,\end{aligned}$$

gdje su H_1 i H_2 kutevi za početak (Sunce na horizontu) i kraj sumraka (Sunce 18° ispod horizonta), iz čega slijedi $\Delta H[\text{h}] = (H_2 - H_1)[^\circ]$. Za proljetni ekvinocij, trajanje sumraka (astronomskog) je $\approx 1^{\text{h}}45^{\text{min}}$.

△

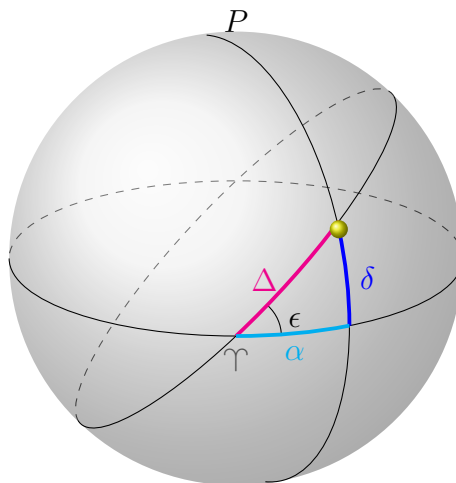
Zadatak 2.5. Sunce se giba po ekliptici koja je u odnosu na nebeski ekvator pod kutem ϵ . Naći rektascenziju i deklinaciju Sunca.

Rješenje. Označimo sa Δ udaljenost Sunca od proljetne točke po ekliptici (slika 2.4). Kosinusov poučak daje

$$\cos \Delta = \cos \alpha \cos \delta, \quad (2.2)$$

Sinusov poučak je $\sin \delta = \sin \Delta \sin \epsilon$. Rektascenziju možemo izraziti iz jednadžbe 2.1

$$\cos \alpha = \frac{\cos \Delta}{\cos \delta}.$$



Slika 2.4: Ekvatorski sustav i ekliptika.

△

Zadaci za vježbu

1. Pronađite zenitnu udaljenost Sjevernjače u Zagrebu ($\phi = 45^\circ 48'$) i Kairu ($\phi = 30^\circ 30'$). Je li zvijezda Kaph (β Cas, $\delta = 59^\circ 14'$) cirkumpolarna u nekom od tih gradova? Iz kojeg od ova dva grada možemo promatrati zvijezdu Ahernar (α Eri, $\delta = -57^\circ 09'$)?
2. Zvijezda se nalazi na $A = 45^\circ$ i $h = 60^\circ$. Odredite joj satni kut i deklinaciju ako promatramo
 - sa Sjevernog pola

- sa Južnog pola
- sa Ekvatora
- iz Zagreba $\phi = 45^\circ$.

3. Koja je od sljedećih zvijezdi cirkumpolarne a koje anticirkumpolarne:

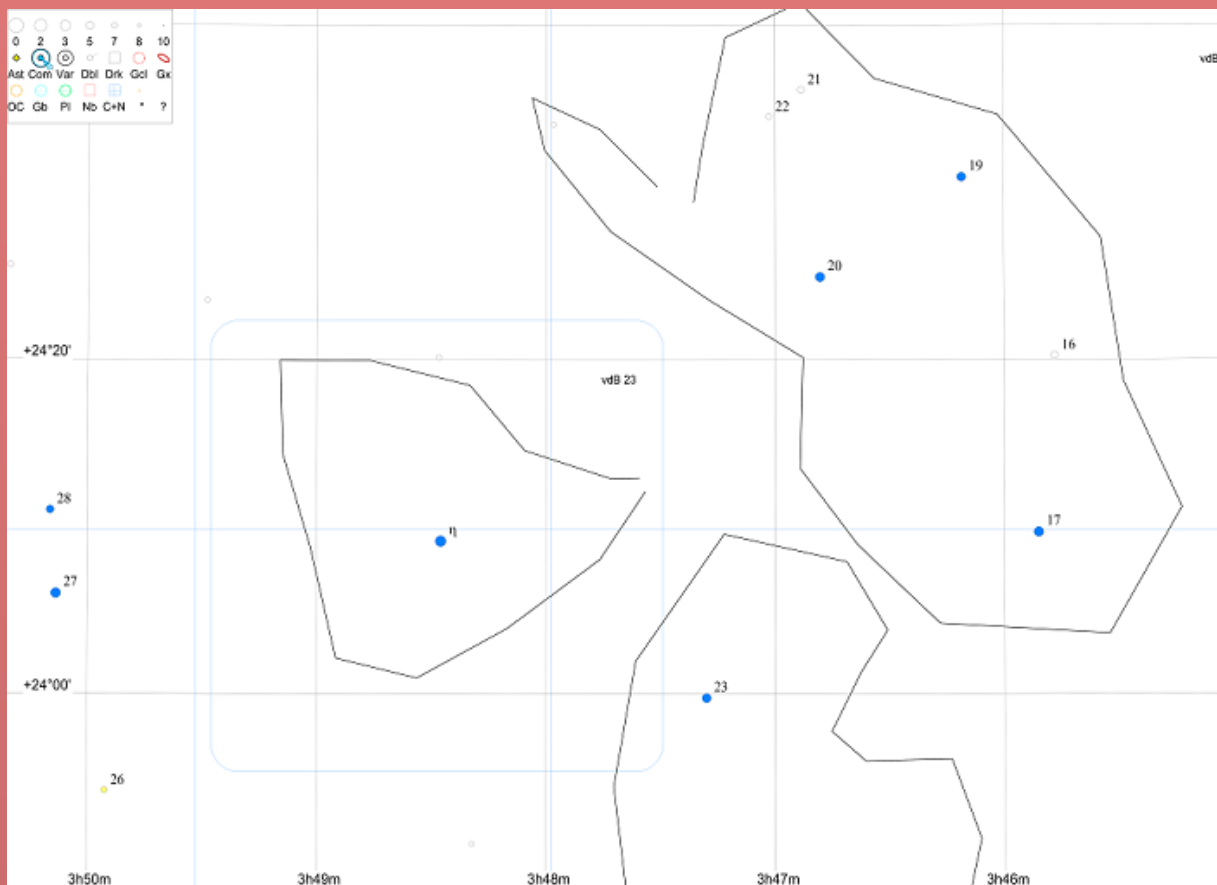
- ν Aqr, $\alpha = 21^{\text{h}} 09^{\text{m}}$ $\delta = -11^\circ 22'$
- ψ And, $\alpha = 23^{\text{h}} 46^{\text{m}}$ $\delta = 46^\circ 25'$
- α Cam, $\alpha = 4^{\text{h}} 54^{\text{m}}$ $\delta = 66^\circ 20'$
- α Eri, $\alpha = 1^{\text{h}} 37^{\text{m}}$ $\delta = -57^\circ 14'$
- β Cen, $\alpha = 14^{\text{h}} 03^{\text{m}}$ $\delta = -60^\circ 22'$

U sjedećim gradovima:

- Zagreb, $\phi = 45^\circ$
- Rio de Janeiro $\phi = -23^\circ$
- Kyoto, $\phi = 35^\circ$
- Capte Town, $\phi = -34^\circ$
- Uppsala, $\phi = 60^\circ$
- Ushuaia, $\phi = -55^\circ$

4. Pripremate opažanje u pustinji Atacami ($\phi = -23.369543^\circ$). Koja je maksimalna visina nad horizontom maglice M77 ($\delta = -0^\circ 01'$, $\alpha = 0^{\text{h}} 43^{\text{m}}$)?

5. Na sljedećoj je slici prikazan M45 izbliza. Odredite udaljenost u lučnim sekundama i minutama između η Tau ($\alpha = 03^{\text{h}} 48^{\text{m}} 26.224^{\text{s}}$, $\delta = 24^\circ 09' 12.15''$) i 17 Tau ($\alpha = 03^{\text{h}} 45^{\text{m}} 49.631^{\text{s}}$, $\delta = 24^\circ 09' 44.69''$). (Rješenje: $35' 44.6''$)



Detaljnije

W. M. Smart & R. M. Green: *Textbook on Spherical Astronomy*.



3. Intenzitet svjetlosti i magnitude

3.1 Zračenje i fizikalne veličine

- **Luminozitet** - emitirana energija u vremenu L [W]
- **Fluks** - dio luminoziteta koji padne na jediničnu površinu na udaljenosti r , F [W / m²]

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

- Poyntingov vektor ima istu jedinicu.

- **prividna magnituda** - jedinica bliža onome kako vide naše oči, definira se pomoću izvora poznatog fluksa
- **Spektralna snaga/Spektralni luminozitet**- luminozitet po pojasu, L_λ i L_ν [W / nm] i [W / Hz]

$$dL = L_\lambda d\lambda,$$

ekvivalentno pojas može biti i pojas frekvencija

$$dL = L_\nu d\nu,$$

a konverzija je $d\lambda = -c/\nu^2 d\nu$.

- **Gustoća fluksa/Monokromatski fluks** - analogno spektralnoj snazi, F_λ i F_ν , [W / m² / nm] i [W / m² / Hz]. Druga jedinica Jansky, 1 Jy = 10⁻²⁶ W / m² / Hz.

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

objekt s manjom oznakom magnitude imat će veći fluks (povijesni razlog) za usporedbu

- Sunce: $m_\odot = -26.74$
- Puni Mjesec: $m_\zeta = -12.74$
- Sirius: $m = -1.46$
- Vega (referentna 0): $m = 0.03$, povijesna definicija magnitude 0
- ρ Cas: 4.1 do 6.2, da se nalazi na 1 AU bila bi ≈ -41
- Najtamniji objekt vidljiv golim okom: $m = 6 - 7$
- **Intenzitet** - fluks po prostornom kutu, $df = I \cos \theta d\Omega$, gdje je Ω prostorni kut koji zauzima izvor kojeg vidimo na nebu, a θ kut kod kojim se objekt nalazi s obzirom na plohu promatranja. [W / m² / sr]
- **Specifični intenzitet** - intenzitet po pojasu [W / m² / Hz / sr ili W / m² / nm / sr]

- **Planckova funkcija** - specifični intenzitet crnog tijela

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

- **Apsolutna magnituda** - magnituda koju bi objekt imao da se nalazi na udaljenosti od 10 pc

$$m - M = -2.5 \log \frac{F}{F_{10 \text{ pc}}} = -2.5 \log \left(\frac{10 \text{ pc}}{d} \right)^2 = 5 \log \frac{d}{10 \text{ pc}},$$

invertiranjem dobivamo

$$d[\text{pc}] = 10^{\frac{m-M+5}{5}}.$$

Opaska: $m - M$ se zove modul udaljenosti.

Primjeri apsolutnih magnituda

- Sunca: $M_\odot = 4.83$
- Vega: 0.58
- ρ Cas: -9.5

- **Bolometrijske magnitude** - dosad su većina danih magnituda za različite izvore uključivale fluks (\rightarrow bolometrijske magnitude), a ne monokromatski fluks,

$$m_\lambda - m_{\lambda_0} = -2.5 \log \frac{F_\lambda}{F_{\lambda_0}}$$

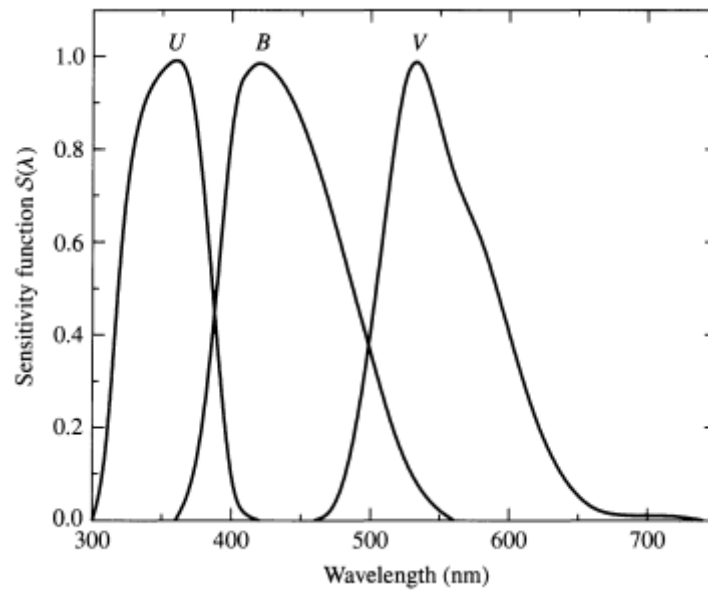
- **Johnsonov sistem** - sistem tri filtera karakterizirana funkcijom osjetljivosti $S(\lambda)$ (slika 3.1)
- **Bolometrijska korekcija** - razlika bolometrijske magnituda i vizualne magnituda (prividna magnituda u V pojasu)

$$BC = m_{bol} - V = M_{bol} - M_V$$

- **Indeksi boje** - razlike u npr., magnitudama u U i B pojasu $U - B = M_U - M_B$. *Budući da se radi o istom objektu, indeks boje je neovisan o udaljenosti!*

$$U - B = -2.5 \log \frac{\int_0^\infty F_\lambda S_U(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty F_\lambda S_B(\lambda) d\lambda} + ZP_{U,B},$$

gdje su ZP zero-point korekcije (tablica 3.1).



Slika 3.1: Funkcije osjetljivosti za Johnsonov UBV sustav. Preuzeto iz [3]

Tablica 3.1: Zero-point vrijednosti za različite indekse boje. Preuzeto iz [4]

	V	U-B	B-V	V-R	V-I	V-K	J-K	H-K	K-L	Ref
Sirius	-1.43	-0.045	-0.01							Cousins 1972
	-1.42			-0.012	-0.020					Cousins 1980c
	-1.43		0.00	-0.01	-0.016					Bessell 1990
	-1.43					-0.061	-0.018	-0.009	0.003	Glass 1997
Model	-1.38	-0.040	-0.008	-0.013	-0.021	-0.061	-0.018	-0.009	0.003	This paper
Vega	0.03		-0.01	-0.009	-0.005					Bessell 1990
	0.03	0.00	0.00			0.02	0.01		0.01	Johnson 1966*
Model	0.03	-0.004	-0.002	-0.007	-0.003	0.00	-0.003	-0.001	0.008	This paper†
zp		-0.454	0.606	0.548	1.268	4.906	2.247	1.145	1.877	

* IR colors transformed using Bessell & Brett 1988

†Adopted V magnitude for Vega

3.2 Zadaci

Zadatak 3.1. Zašto prividna magnituda ima faktor 2.5?

Rješenje. Dogovoreno je da magnituda ovise kao $\sqrt[5]{100}$ te vrijedi

$$F_1/F_2 = 10^{\frac{m_2 - m_1}{5}} = 2.512^{m_2 - m_1},$$

logaritmiranjem dobivamo

$$(m_2 - m_1) \frac{\log 100}{5} = \log \frac{F_1}{F_2},$$

iz čega slijedi

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

△

Zadatak 3.2. Izvedite izraz za ukupan sjaj višestrukih zvijezda. Primijenite ga na dvojni zvijezdu Albireo.

Rješenje. Znamo da je ukupni fluks $F = \sum_i F_i$. Budući da je

$$\frac{F_i}{F_0} = 2.512^{m_0 - m_i},$$

sumiranjem dobivamo

$$2.512^{m_0 - m} = \sum_i 2.512^{m_0 - m_i},$$

odnosno

$$2.512^{-m} = \sum_i 2.512^{-m_i}.$$

Albireo se sastoji od tri zvijezde magnituda 3.18, 5.82 i 5.09, što za ukupnu magnitudu daje $m = 2.93$. △

Zadatak 3.3. Površinski sjaj M42 je između $S = 17 - 21$ mag/arcsec², izračunati ukupnu magnitudu M42 ako se nalazi na $5^{\text{h}} 35^{\text{m}}, -5^{\circ} 23'$. Isto napraviti za NGC 1973/5/7 ($5^{\text{h}} 35^{\text{m}}, -4^{\circ} 48'$).

Rješenje. Izraz za ukupnu magnitudu možemo poopćiti

$$2.512^{-m} = \int 2.512^{-S} \cos \delta d\alpha d\delta.$$

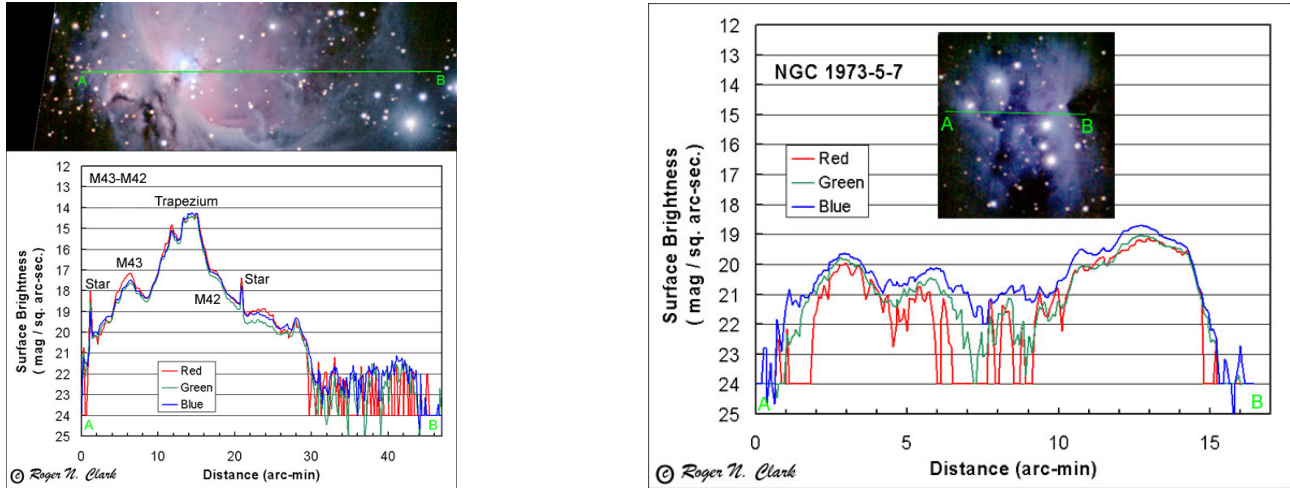
Možemo S aproksimirati jednom vrijednosti. Logaritmiranjem dobivamo

$$m = S - \log_{2.512} ((\sin \delta_2 - \sin \delta_1) \Delta \alpha).$$

Koristeći izraz za razliku sinusa i aproksimirajući za male kuteve, dobivamo

$$m \approx S - 2.5 \log (\cos \delta \Delta \delta \Delta \alpha).$$

Na slici 3.2 vidimo površinski sjaj u poprečnom presjeku M42 . Pretpostavljajući da je srednji dijametar $\approx 20'$ i prosječan površinski sjaj $S_{M42} = 20$, dobivamo $m_{M42} = 4.6$. Za NGC 1973/5/7, uz $S \approx 21$ i dijametar $\approx 15'$, dobivamo $m \approx 6.2$. Ovo je blisko vrijednostima iz literature: 4.0, odnosno 7.0.



Slika 3.2: Profil sjaja M42 i NGC 1973/5/7 [5].

△

Zadatak 3.4. Zvijezda Dubhe (α UMa) ima prividnu magnitudu 1.79 i paralaksu $p = 26.54$ mas (mili-lučne sekunde). Odrediti joj apsolutnu magnitudu.

Rješenje. Udaljenost u parsecima je povezana kao $d = 1/p$, što pomoću

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10 \text{ pc}}$$

daje izraz

$$M = m + 5 - 5 \log \frac{d}{1 \text{ pc}} = m + 5 + 5 \log (p[\text{mas}]10^{-3}) = -1.09.$$

Ovo je u skladu vrijednostima iz literature -1.10 ± 0.04 .

△

Zadatak 3.5. Sirius (α CMa, $T = 9970$ K) ima sljedeće magnitudo $U = -1.47$, $B = -1.43$, i $V = -1.44$ i bolometrijsku korekciju $BC = -0.09$. Usporediti informacije koje daju indeksi boje s valnom duljinom maksimalnog zračenja koju daje Wienov zakon.

Rješenje. Oduzimanjem dobivamo: $U - B = -0.04$ i $B - V = 0.01$. Kako protumačiti ove brojke? magnitudo ima obrnutu skalu pa sjajniji objekt ima brojčano manju magnitudu. Dakle, $B - V$ indeks boje nam govori da je zvijezda sjajnija u vidljivom dijelu spektra nego u plavom, ali nam indeks $U - B$ govori da je ipak najsjajnija u ultraljubičastom. S druge strane, Wienov zakon daje

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2.9 \text{ mm K}}{T[\text{K}]} = 291 \text{ nm},$$

što je u ultraljubičastom dijelu spektra. Prividna bolometrijska magnitudo je samo izraz $m_{\text{bol}} = V + BC = -1.53$ (bolometrijska korekcija je često negativna).

△

Zadatak 3.6. Sirius B (α CMA) je bijeli patuljak koji ima temperaturu od 25200 K, izračunati $U - B$ indeks boje i usporediti s izmjerenom vrijednošću ako su poznate informacije: $\lambda_{eff,U} = 365$ nm, $\Delta\lambda_U = 66$ nm i $\lambda_{eff,B} = 445$ nm, $\Delta\lambda_B = 94$ nm. ($hc/k = 0.0144$ m K)

Rješenje. Aproximirajmo integrale u izrazu

$$U - B = -2.5 \log \frac{\int_0^{\infty} F_{\lambda} S_U(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} F_{\lambda} S_B(\lambda) d\lambda} + ZP_{U,B}$$

s efektivnim širinama. Dobivamo izraz

$$U - B \approx -2.5 \log \frac{B_{365 \text{ nm}} \Delta\lambda_U}{B_{445 \text{ nm}} \Delta\lambda_B} + ZP_{U,B}$$

Za $U - B$ dobivamo $U - B = -1.09$, a za $B - V = -0.47$. Izmjerene su vrijednosti $U - B = -1.04$ i $B - V = -0.03$. Vidimo da ova aproksimacija nije uvijek zadovoljavajuća. \triangle

Zadatak 3.7. Dokažite sljedeći teorem: Intenzitet je sačuvan duž svake linije u praznom prostoru.

Rješenje. Promotrimo sliku 3.3. Energija koja teče kroz površinu dA_1 i koja završava u plohi dA_2 je

$$dE_1 = I_1 \cos \theta_1 dA_1 d\Omega_1,$$

gdje je $d\Omega_1$ prostorni kut površine dA_2 kako ga vidi opažač u centru dA_1

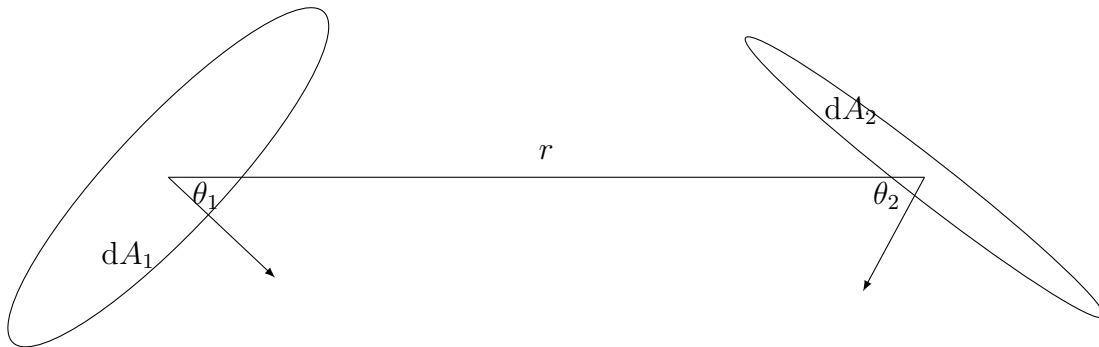
$$d\Omega_1 = \frac{\cos \theta_2 dA_2}{r^2}.$$

Analogno vrijedi

$$dE_2 = I_2 \cos \theta_2 dA_2 d\Omega_2,$$

$$d\Omega_2 = \frac{\cos \theta_1 dA_1}{r^2}.$$

Budući da je između ove dvije površine vakuum, energija je sačuvana



Slika 3.3: Intenzitet i dvije površine.

$$dE_1 = dE_2,$$

iz čega slijedi

$$I_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2 d\Omega_1 d\Omega_2 = I_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2 d\Omega_1 d\Omega_2,$$

odnosno

$$I_1 = I_2.$$

Ovaj se argument može proširiti na specifični intenzitet, I_ν . △

Zadatak 3.8. Kolika je gustoća fluksa Sunca na frekvenciji ν kada Sunce promatramo sa Zemlje?

Rješenje. Kada gledamo sa Zemlje, prostorni kut Sunca je disk otvora θ_\odot

$$\sin \theta_\odot = \frac{R_\odot}{r},$$

gdje je R_\odot radijus Sunca, a r udaljenost Zemlje od Sunca. Integrirajmo specifični intenzitet po prostornom kutu po kojemu vidimo Sunce, uz pretpostavku da Sunce ne mijenja intenzitet po svojoj površini

$$F_\nu = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_\odot} I_\nu(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = \pi I_\nu \sin^2 \theta_\odot.$$

$$F_\nu = \pi I_\nu \frac{R_\odot^2}{r^2}$$

Što smo dalje od Sunca, to je fluks koji dolazi sa njega manji, odnosno davat će manje W/m^2 što smo dalje od Sunca. Za I_ν možemo uzeti npr. Planckovu funkciju. △

Zadaci za vježbu

1. Zemlja se oko Sunca giba po elipsi, udaljenost do Sunca u najbližoj točki (perihelu) je 147.1 Gm, a udaljenost u najdaljoj točki (afelu) je 152.1 Gm. Kolika je razlika u magnitudi Sunca tijekom godine?
2. Luminozitet Sunca je $3.8 \times 10^{26} W$. Izračunati fluks na površini Zemlje (rješenje se zove Solarna konstanta, $\approx 1.36 kW/m^2$).
3. Algol (β Per) je trojna zvijezda, magnituda: -0.07 (β Per Aa1), 2.9 (β Per Aa2) i 2.3 (β Per Ab). Izračunati njihovu ukupnu magnitudu.
4. Jedna od komponenti, β Per Aa1, ima temperaturu od 13000 K. Što iz Wienovog zakona možete reći o $U - B$ indeksu boje ove zvijezde? Ako je paralaksa ovog trojnog sustava 36.27 mas, kolike su apsolutne magnituda njezinih komponenti te ukupna apsolutna magnituda ovog sustava?
5. Zvijezda ima temperaturu od 42000 K. Odrediti joj $U-B$ i $B-V$ indekse boje i usporediti s izmjerenima (-1.19 i -0.33).

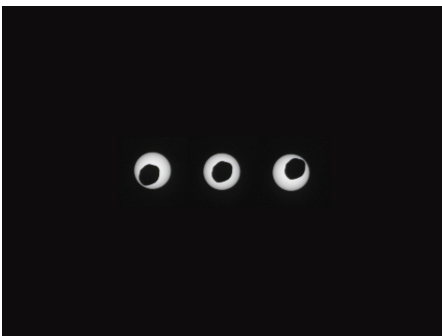
Detaljnije

M.S. Bessell, F. Castelli, & B. Plez: *Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibrations for O - M stars*, 1998A&A...333..231B.

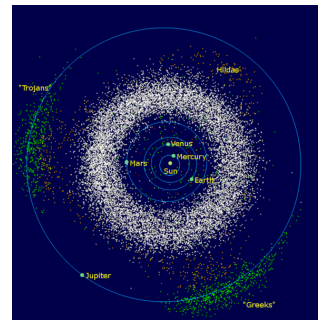
Bradley W. Carroll & Dale A. Ostlie: *An Introduction to Modern Astrophysics*.

Dodaci

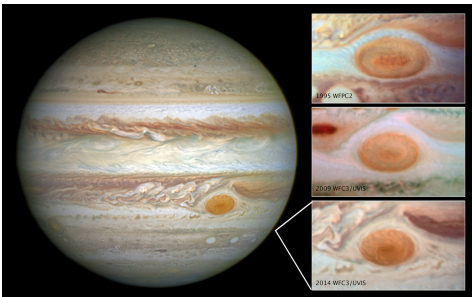
A. Slike



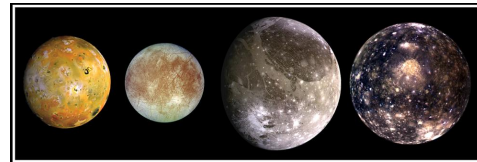
Slika A.1: Pomrčina Sunca na Marsu (uzrokovao Phobos). Izvor [6]



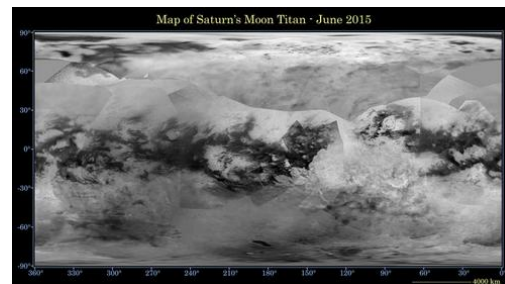
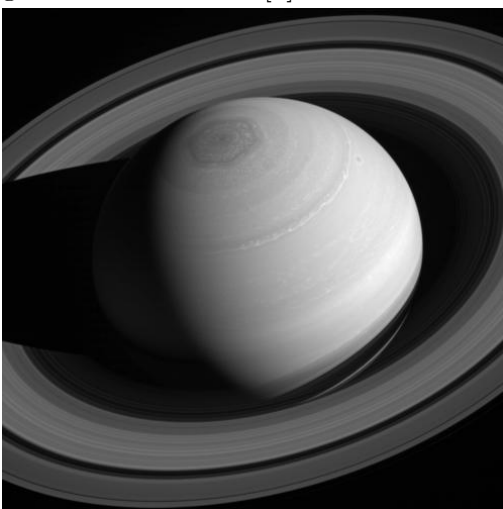
Slika A.2: Unutrašnji Sunčev sustav, asteroidi iz asteroidnog pojasa prikazani su bijelim točkicama. Izvor [7]



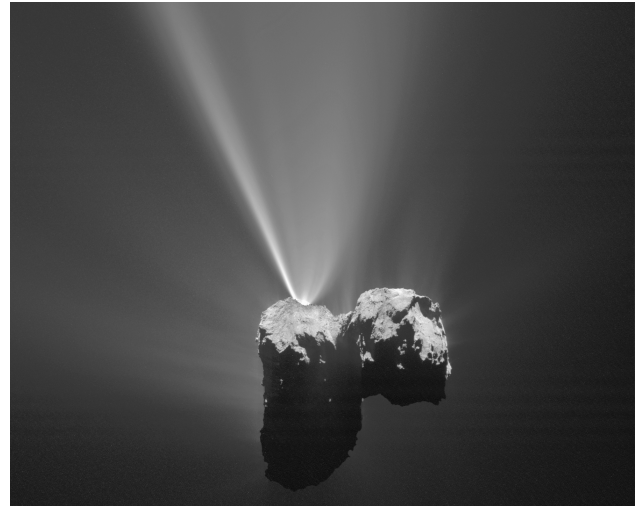
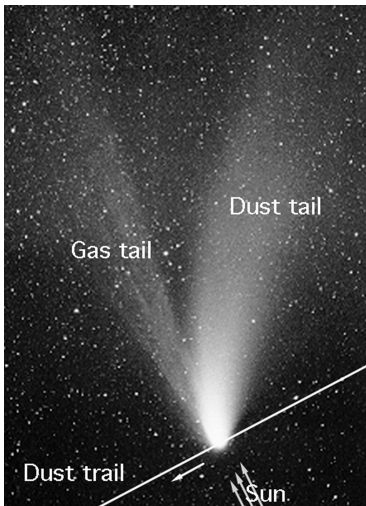
Slika A.3: Jupiterova Velika crvena točka kroz godine. Preuzeto sa [8]



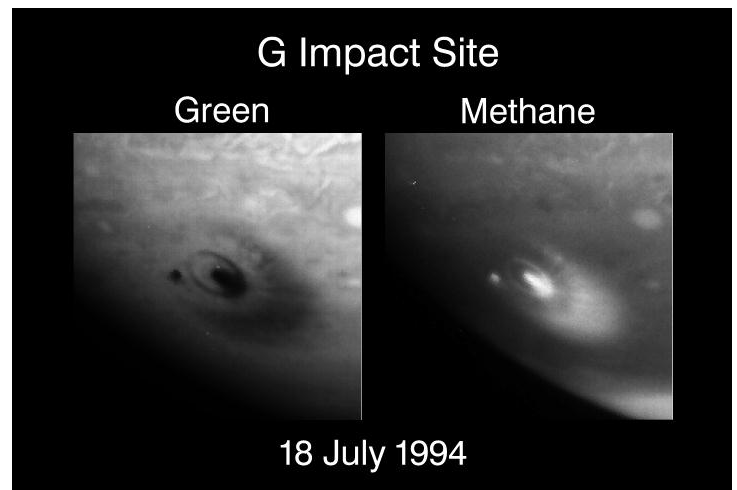
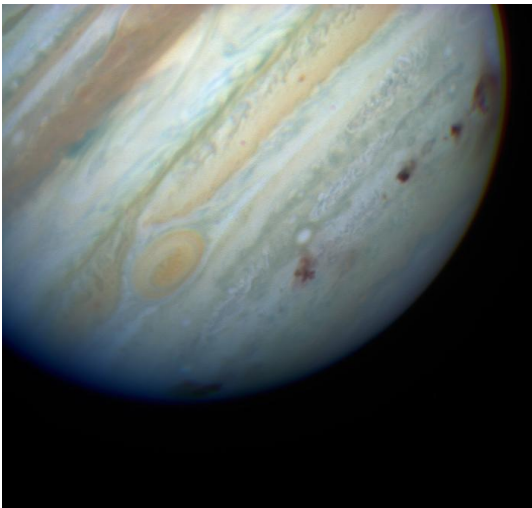
Slika A.4: Jupiterovi najveći mjeseci: Io, Europa, Ganimed i Callisto. Preuzeto sa [9]



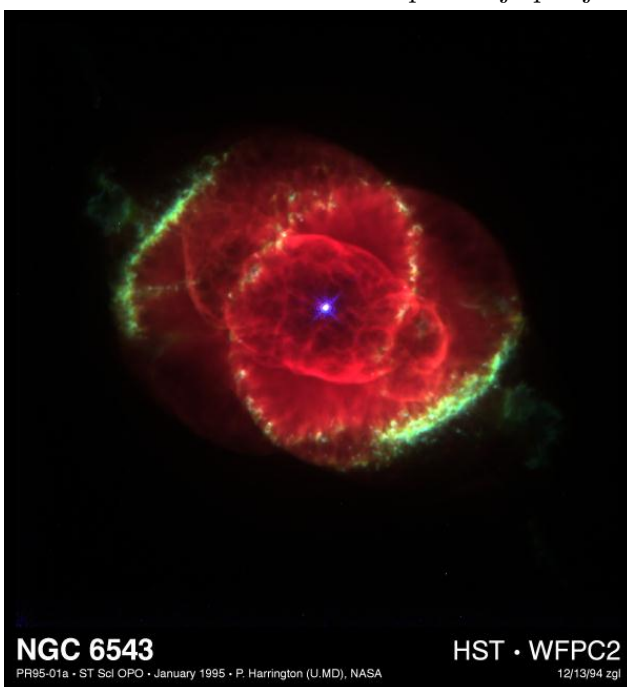
Slika A.5: Slika Saturnovog sjevernog pola s heksagonom. Preuzeto sa [10].



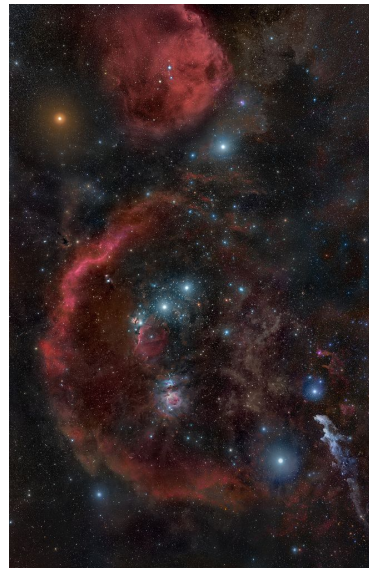
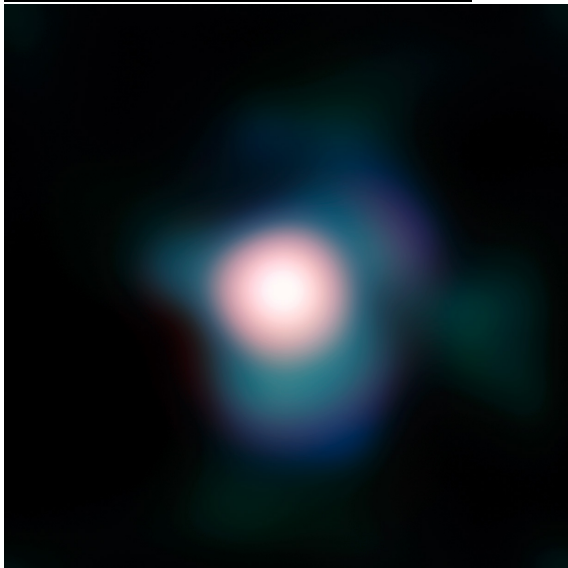
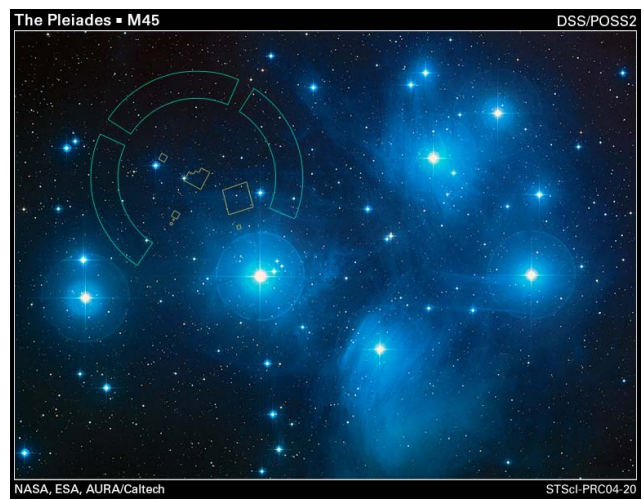
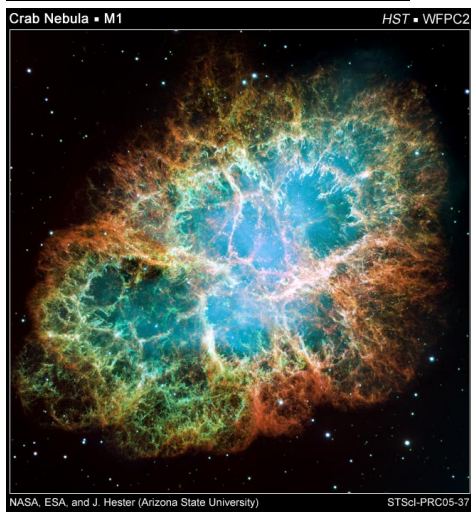
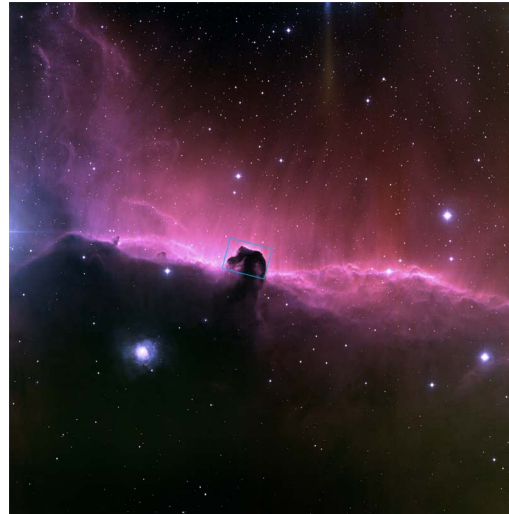
Slika A.6: Slika prikazuje repove kometa [11] dok desna prikazuje jezgru kometa Churyumov-Gerasimenko [12].



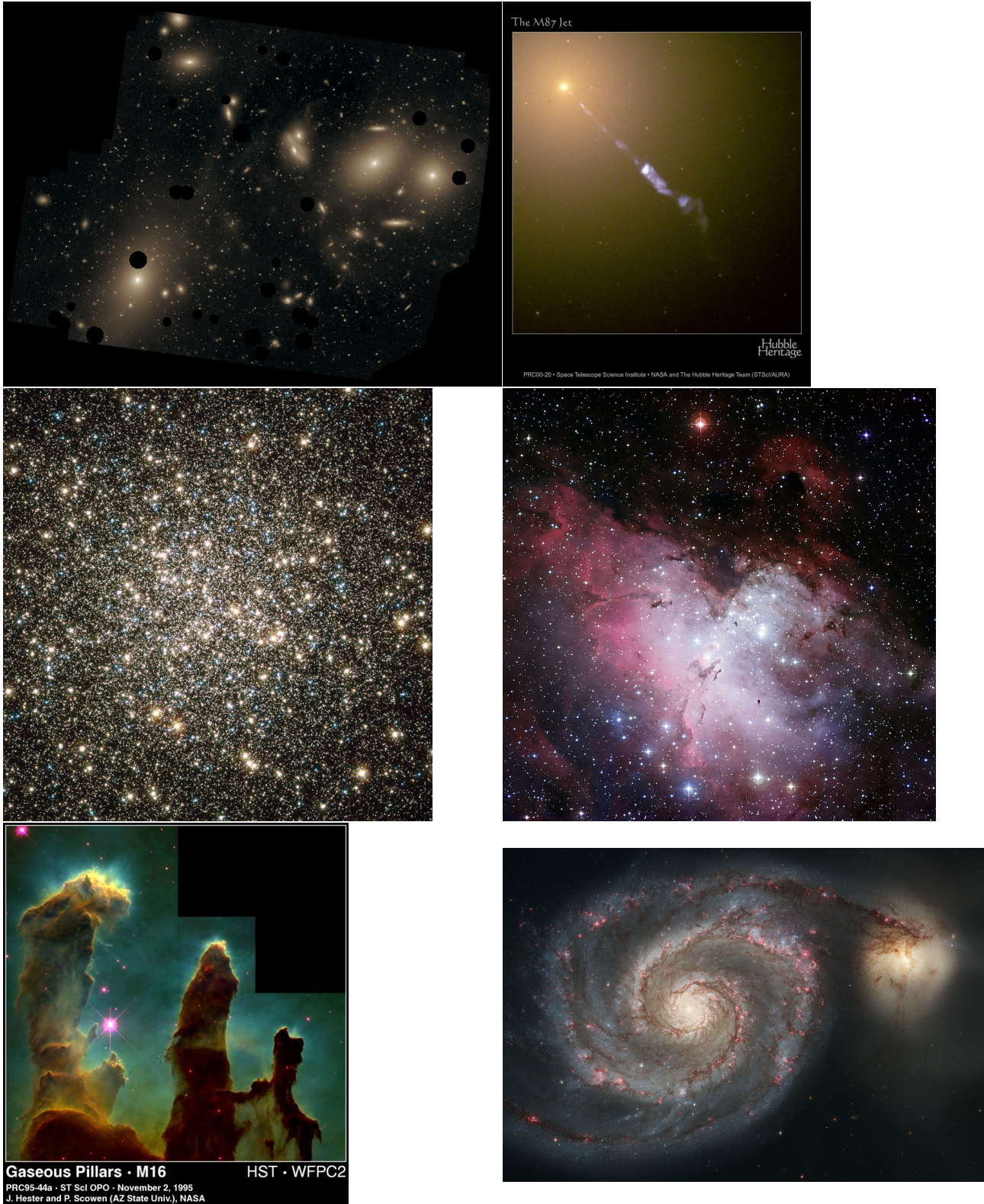
Slika A.7: Slika prikazuje posljedice udara kometa SL9 u Jupiter ([13]).



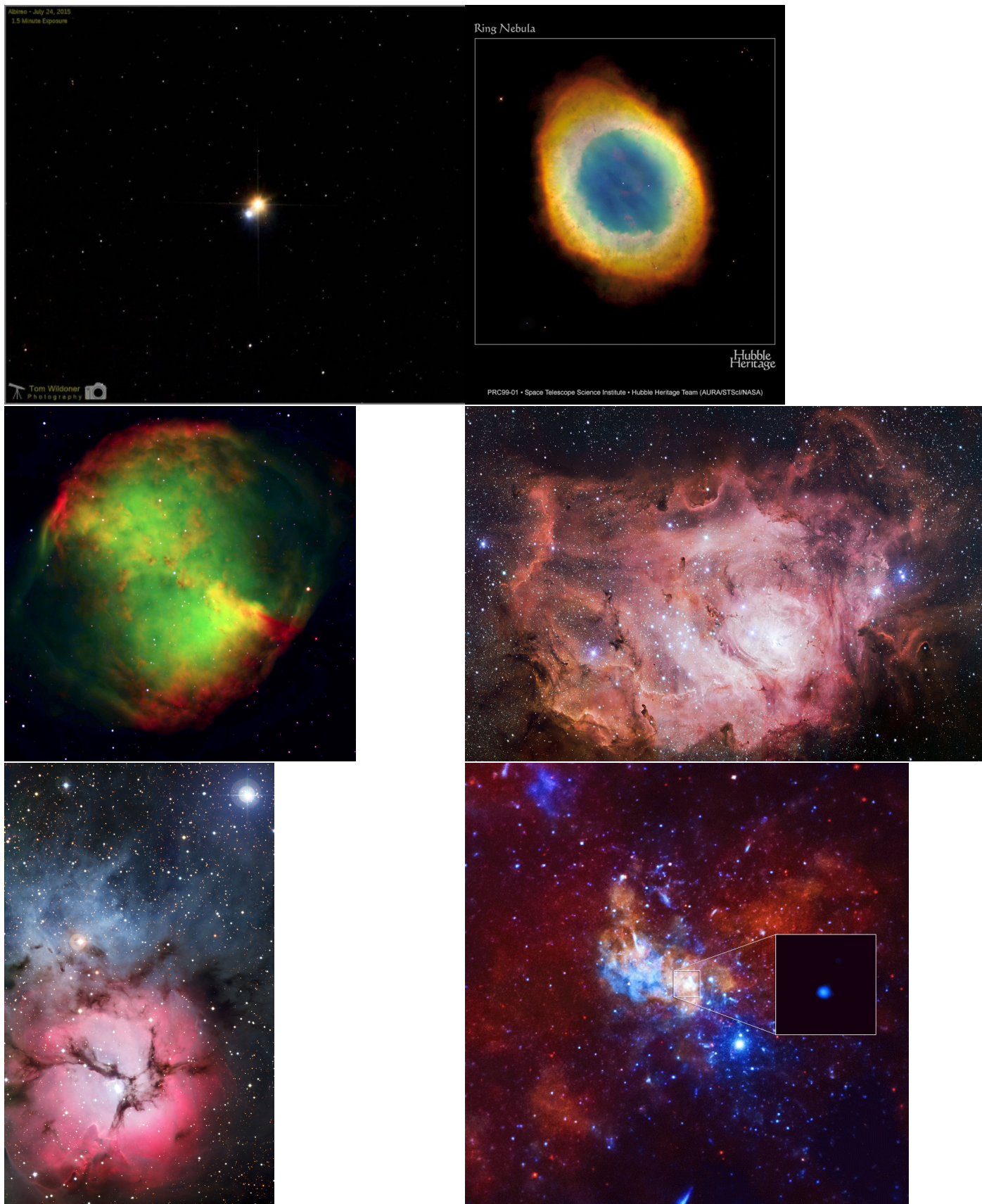
Slika A.8: Lijevo: Cat's Eye Nebula (NGC 6543), desno M101 [13].



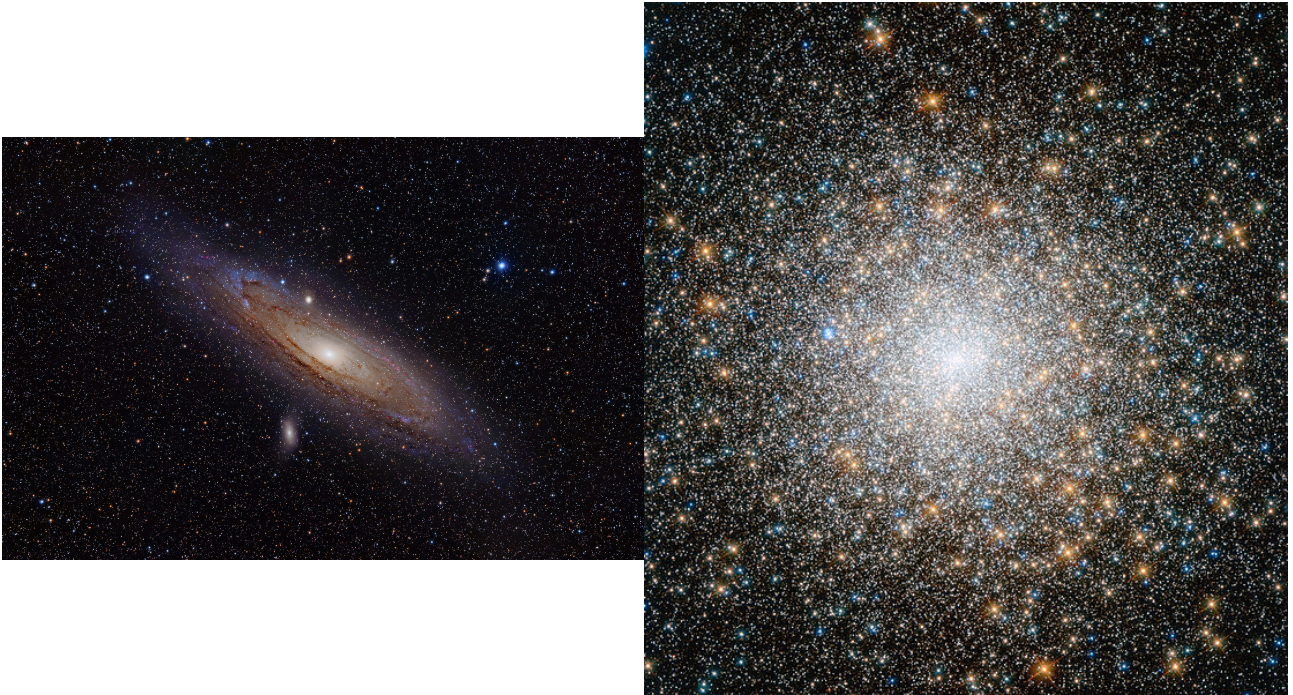
Slika A.9: Slijeva nadesno, odozgo prema dolje: Orionova maglica (M42), maglica Konjska glava, Rakova maglica (M1), otvoreni skup zvijezda Plejade (M45) [13], Betelgez (ESO/P. Kervella) [14], Orionov molekularni oblak [?]



Slika A.10: Slijeva nadesno, odozgo prema dolje: Virgo cluster galaksija (Chris Mihos (Case Western Reserve University)/ESO) [15], M87 eliptična galaksija [13], M13 kuglasti skup zvijezda [13], M16 (ESO)[16], detalj M16: Pillars of creation [13], M51[13]



Slika A.11: Slijeva nadesno, odozgo prema dolje: Albireo (Tom Wildoner, 2015), M57 [13], M27 (ESO) [17], M8 (ESO/VPHAS+ team) [18], M20 (ESO)[19], centar Mliječne staze [20]



Slika A.12: Slijeva nadesno: M31 (Adam Evans), M15 (NASA, ESA)



Slika A.13: Vreća ugljena (lijevo) (ESO) [21], Veliki Magellanov oblak (desno) (Yuri Beletsky (ESO))

B. Nebo

Cirkumpolarni dio neba

Iz sjeverne polutke, općenito postoji dio neba koji uvijek vidimo, neovisno o dobu godine. Ovaj dio neba nazivamo cirkumpolarnim (slika B.7). Dva su općepoznata zvijezda koja uvijek vidimo sa sjeverne polutke: Veliki i Mali medvjed. Pri osnovnom snalaženju u prostoru bez GPS-a uvijek je potrebno naći sjever, on je blizak poziciji sjevernjače: najsjajnije zvijezde u Malom medvjedu. Budući da ona nije među najsjajnijim zvijezdama koje vidimo, uvijek je lakše naći karakteristični oblik kola u velikom medvjedu i produžiti liniju dvije najsjajnije zvijezde dok ne dođemo do Sjevernjače (slika B.1). Na sličan način na koji je definiran sustav meridijana i paralela na Zemlji, može se definirati ekvatorijalni sustav na nebu: longitudi odgovara rektascenzija, latitudi deklinacija. Neki od objekata u ovome dijelu neba prikazani su na slici A.8. Objekt lijevo je planetarna maglica *Cat's Eye Nebula* i nalazi se u zvijezdu Zmaj (Draco), objekt na desno je spiralna galaksija M101 u zvijezdu Velikog medvjeda. Naziv planetarne samo je povijesni, jer su često unosile konfuziju zbog svog izgleda u teleskopu.

Zimsko nebo

Na slici B.8 prikazano je područje neba kakvo tokom zime vidimo gledajući prema jugu. Na istoj slici možemo uočiti dvije linije. Linija koja prati crtu Mliječne staze zovemo galaktički ekvator, dok je druga linija ravnina ekliptike. Sunce se tijekom ljetnog solsticija nalazi blizu križanja ove dvije linije. Iako ovaj dio neba obiluje objektima, istaknimo neke (karta sa slike B.2 i objekti sa slike A.9):

- Najsjajnija (prividno) zvijezda na nebu - Sirius u zvijezdu velikog psa (Canis Major), prikazan je kao velika mrlja dolje desno na slici B.2. On je zapravo dvojna zvijezda, pratioc mu je slabo vidljiv objekt: bijeli patuljak. Ovo je ujedno i jedna od najbližih zvijezda, na približno 9 ly udaljenosti.
- M42, emisijska maglica u zvijezdu Orion - vidljiva je golim okom
- Maglica konjska glava je tamna maglica, također u Orionu
- Maglica rakovica (M1) zapravo je ostatak supernove iz 1054. godine. Sada joj je u centru preostao pulsar.
- Plejade (M45) otvoreni je skup zvijezda iz zvijezda Bika, vidljiv je golim okom
- Betelgez - crveni superdiv, buduća supernova. Mrlja oko same zvijezde nije pogreška: okružena je izmaglicom plina
- Orionov molekularni oblak - jedno od najaktivnijih područja stvaranja zvijezda koje se može vidjeti na noćnom nebu

Proljetno nebo

Na slici [B.9](#) prikazan je predio neba kakav vidimo prema jugu u proljeće. Iako u ovom dijelu godine ne vidimo mnogo od Mliječne staze, ovo područje je ipak zanimljivo. Naime, kako nam pogled nije zaklonjen, možemo vidjeti daleke objekte - skupove galaksija. Primjeri objekata koji se mogu vidjeti u proljeće su (slika [A.10](#)):

- Jato galaksija u Djevici (Virgo) sadrži ≈ 1000 galaksija i spiralnih i eliptičnih, nalazi se relativno blizu, na 16 Mpc od Mliječne staze (slika [B.3](#))
- M87 ogleadni je primjer ovog jata. Radi se o eliptičnoj galaksiji s izbačajem materije koji putuje brzinama bliskima brzini svjetlosti
- M13 je kuglasti skup zvijezda. Razlikuje se od otvorenog skupa po tome što broji mnogo zvijezda na malom volumenu. U ovom je skupu 300000 zvijezda u predjelu od 100 ly. (slika [B.3](#)) (zviježde Herkul, Her)
- Maglica orao (M16, emisijska maglica) komplicirana je struktura područja stvaranja zvijezda i područja prašine. Detalj iz ove maglice je područje stvaranja zvijezda Pillars of Creation (zviježde Zmija, Ser)
- Whirlpool galaksija (M51) je sustav interagirajućih galaksija (zviježde Lovački psi, CVn)

Ljetno nebo

U ovom dijelu godine ponovno susrećemo mliječnu stazu (slika [B.10](#)), ali ovaj puta okrenuti smo prema njezinom centru. Također blizu točke presjeka ekliptike i Mliječne staze nalazi se položaj Sunca za vrijeme zimskog solsticija. Neki objekti koje možemo vidjeti ljeti su ([A.11](#)):

- Albireo primjer je dvojne zvijezde. Ovaj par je specifičan po razlici u bojama između komponenti (zviježde Labud, Cyg)
- Vega je jedna od najsajnijih zvijezda na nebu, služi kao standard za definiciju mjernih jedinica za sjaj. Najsajjnija zvijezda u zviježđu Lira (Lyr)
- M57 - Maglica prsten (također u Liri)
- M27 još jedna planetarna maglica (zviježde Lisica (Vul))
- M8 - Maglica Laguna: Područje stvaranja zvijezda u zviježđu Strijelac (Sgr) (emisijska maglica)
- M20 - Maglica Trifid: Područje stvaranja zvijezda također u Strijelcu (Sgr). Kombinacija je otvorenog skupa zvijezda, emisijske i refleksijske maglice
- Središte naše galaksije nalazi se na otprilike 9 kpc od nas. U središtu se nalazi crna rupa Sgr A*

Jesenje nebo

Jesensko nebo je također područje gdje ne vidimo puno od Mliječne staze (slika [A.12](#)):

- Andromedina galaksija (M31) nalazi se u istoimenom zviježđu (And). Dvije sjajne galaksije uz nju na slici su njezine satelitske galaksije. Ona će se sudariti sa Mliječnom stazom za 4 milijarde godina. Vidljiva je golim okom
- Algol (zviježde Perzej, Per slika [B.5](#)) je sustav od tri zvijezde od kojih je sjajnija tijekom revolucije oko centra mase određeni dio vremena prekrivena manje sjajnom. Ovaj efekt dovodi do drastičnog smanjenja sjaja - ovo je vrsta pomrčinski promjenjive zvijezde.
- M15 (zviježde Pegaz, Peg) je kuglasti skup zvijezda s oko 100000 zvijezda, a sadrži i dvojni neutronska zvijezdu.

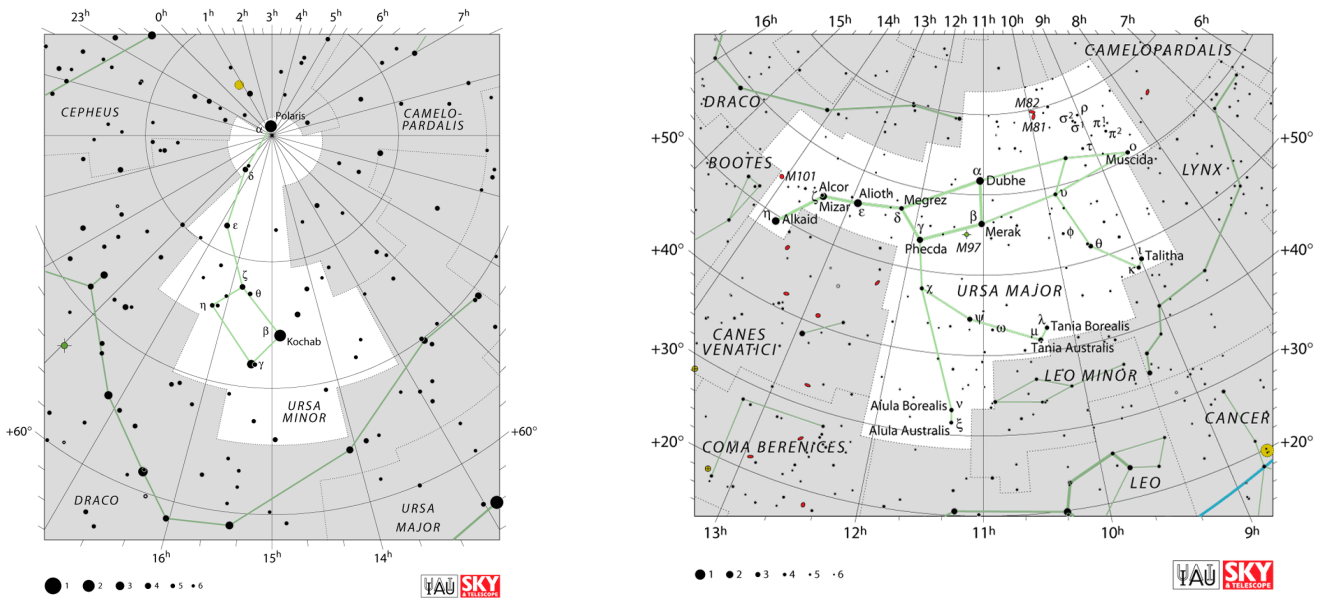
Anticirkumpolarni dio neba

Anticirkumpolarni dio neba uopće ne vidimo iz ovih podneblja.

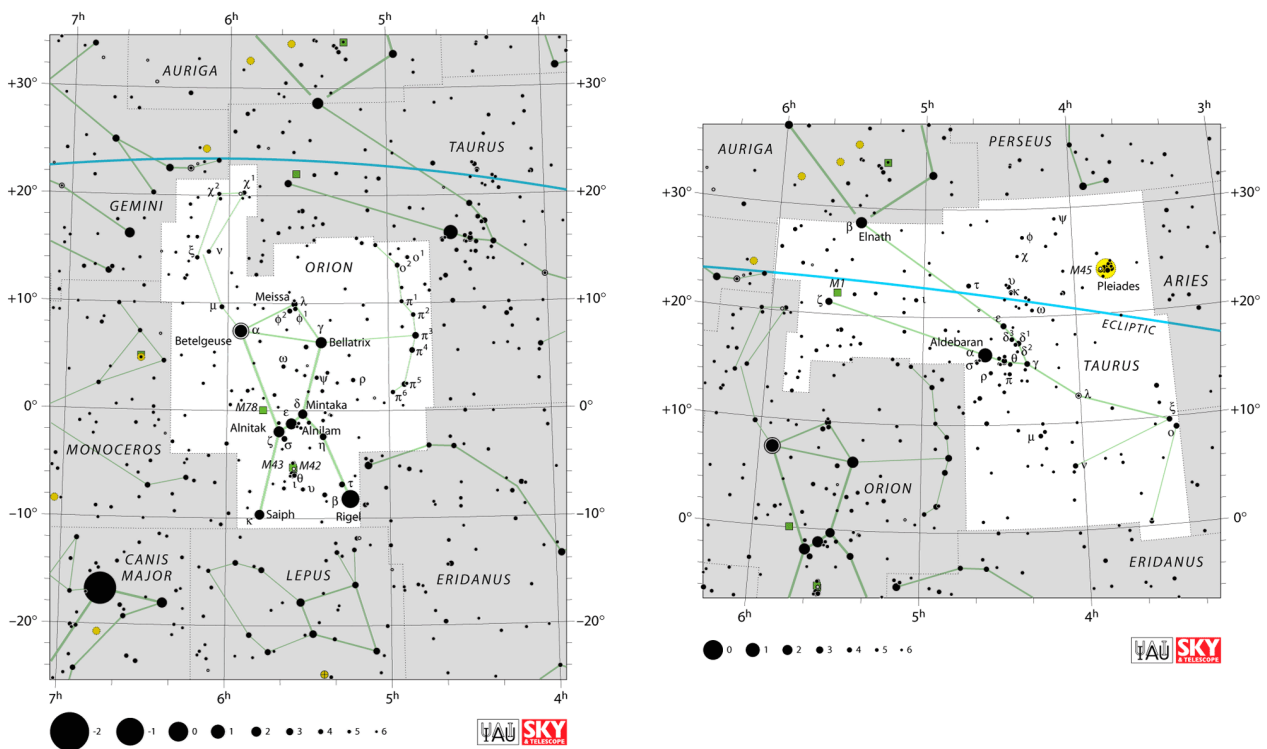
- α Centauri je nama najbliža zvijezda. Radi se o trojnom sustavu.
- Maglica Vreća ugljena je tamna maglica nalazi se u zviježđu Južni križ (Cru)
- Veliki Magellanov oblak je jedna od satelitskih galaksija Mliječne staze, također vidljiv golim okom.

Tablica B.1: Popis zvijezda.

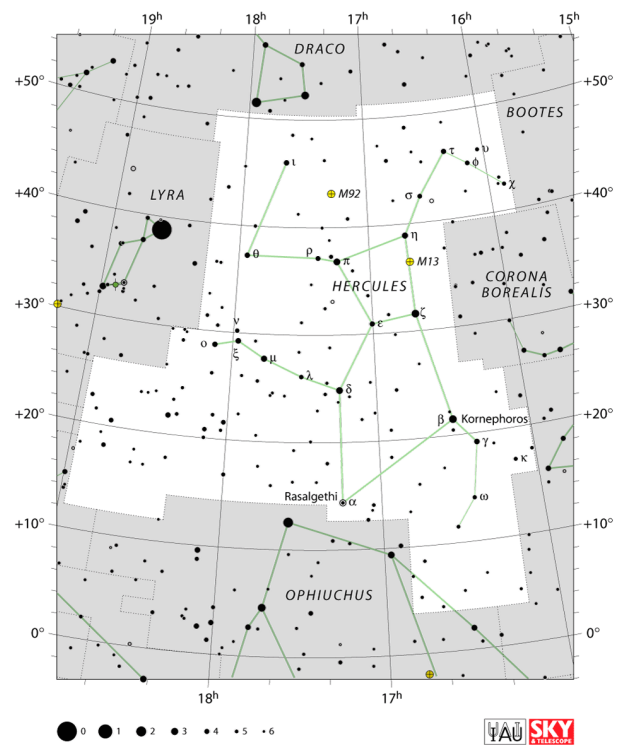
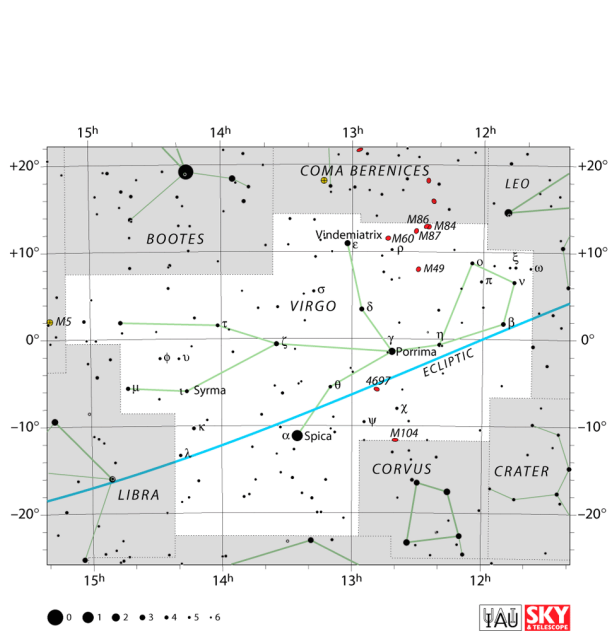
Oznaka	Ime	Prijevod	Dio neba	Značajniji objekti
And	Andromeda	Andromeda	jesensko	M31
Ant	Antlia	Uzdužna sisaljka	proljetno	
Aps	Apus	Rajska ptica	anticirkumpolarno	
Aqr	Aquarius	Vodenjak	jesensko	
Aql	Aquila	Orao	ljetno	Altair
Ara	Ara	Oltar	anticirkumpolarno	
Ari	Aries	Ovan	jesensko	
Aur	Auriga	Kočijaš	zimsko	
Boo	Boötes	Volar	proljetno	
Cae	Caelum	Dlijeto	zimsko	
Cam	Camelopardalis	Žirafa	cirkumpolarno	
Cnc	Cancer	Rak	zimsko	
CVn	Canes Venatici	Lovački psi	proljetno	M51
CMA	Canis Major	Veliki pas	zimsko	Sirius
CMi	Canis Minor	Mali pas	zimsko	Procyon
Cap	Capricornus	Jarac	jesensko	
Car	Carina	Kobilica	anticirkumpolarno	
Cas	Cassiopeia	Kasiopeja	cirkumpolarno	
Cen	Centaurus	Kentaur	anticirkumpolarno	α Cen
Cep	Cepheus	Cefej	cirkumpolarno	
Cet	Cetus	Kit	jesensko	
Cha	Chamaeleon	Kameleon	anticirkumpolarno	
Cir	Circinus	Šestar	anticirkumpolarno	
Col	Columba	Golubica	zimsko	
Com	Coma Berenices	Berenikina kosa	proljetno	
CrA	Corona Australis	Južna kruna	ljetno	
CrB	Corona Borealis	Sjeverna kruna	proljetno	
Crv	Corvus	Gavran	proljetno	
Crt	Crater	Pehar	proljetno	
Cru	Crux	Južni križ	anticirkumpolarno	
Cyg	Cygnus	Labud	ljetno	Albireo
Del	Delphinus	Dupin	ljetno	
Dor	Dorado	Zlatna riba	anticirkumpolarno	
Dra	Draco	Zmaj	cirkumpolarno	
Equ	Equuleus	Ždrijebe	ljetno	
Eri	Eridanus	Rijeka Eridan	zimsko	
For	Fornax	Peć	zimsko	
Gem	Gemini	Blizanc	zimskoi	
Gru	Grus	Ždral	anticirkumpolarno	
Her	Hercules	Herkul	proljetno	M13
Hor	Horologium	Ura njihalica	anticirkumpolarno	
Hya	Hydra	Hidra	proljetno	
Hya	Hydrus	Muška morska zmija	anticirkumpolarno	SMC
Ind	Indus	Indijac	anticirkumpolarno	
Lac	Lacerta	Gušterica	jesensko	
Leo	Leo	Lav	proljetno	
LMi	Leo Minor	Mali lav	proljetno	
Lep	Lepus	Zec	zimsko	
Lib	Libra	Vaga	ljetno	
Lup	Lupus	Vuk	ljetno	
Lyn	Lynx	Ris	proljetno	
Lyr	Lyra	Lira	ljetno	Vega, M57
Men	Mensa	Stol	anticirkumpolarno	LMC
Mic	Microscopium	Mikroskop	jesensko	
Mon	Monoceros	Jednorog	zimsko	
Mus	Musca	Muha	anticirkumpolarno	
Nor	Norma	Ravnalo (pravilo)	anticirkumpolarno	
Oct	Octans	Oktant	anticirkumpolarno	
Oph	Ophiuchus	Zmijonosac	ljetno	
Ori	Orion	Orion	M42	
Pav	Pavo	Paun	anticirkumpolarno	
Peg	Pegasus	Pegaz	jesensko	M15
Per	Perseus	Perzej	jesensko/zimsko	Algol
Phe	Phoenix	Feniks	anticirkumpolarno	
Pic	Pictor	Slikar	anticirkumpolarno	
Psc	Pisces	Ribe	jesensko	proljetna točka
PsA	Piscis Austrinus	Južna riba	ljetno/jesensko	
Pup	Puppis	Krma	zimsko	
Pyx	Pyxis	Kompas	proljetno	
Ret	Reticulum	Mrežica	anticirkumpolarno	
Sge	Sagitta	Strelica		
Sgr	Sagittarius	Strijelac	M8, M20	
Sco	Scorpius	Škorpion	Antares	
Scl	Sculptor	Kipar	ljetno/jesensko	
Set	Scutum	Štit Sobjeskog	ljetno	
Ser	Serpens	Zmija	proljetno/ljetno	M16
Sex	Sextans	Sekstant	anticirkumpolarno	
Tau	Taurus	Bik	zimsko	M1
Tel	Telescopium	Teleskop	jesensko	
Tri	Triangulum	Trokut	jesensko	
TrA	Triangulum Australe	Južni trokut	anticirkumpolarno	
Tuc	Tucana	Tukan	anticirkumpolarno	LMC
UMa	Ursa Major	Veliki medvjed	cirkumpolarno	
UMi	Ursa Minor	Mali medvjed	cirkumpolarno	
Vel	Vela	Jedra	anticirkumpolarno	
Vir	Virgo	Djeвица	proljetno	
Vol	Volans	Leteća riba	anticirkumpolarno	
Vul	Vulpecula	Lisica	ljetno	M27



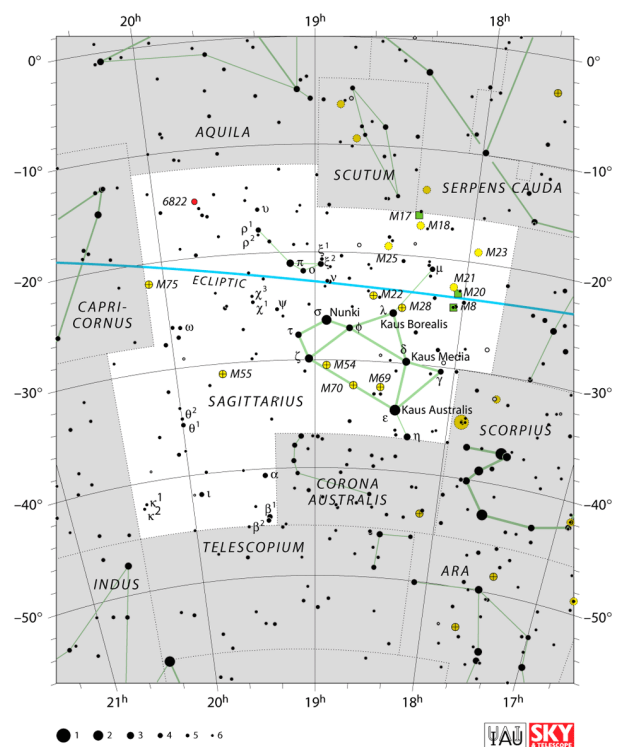
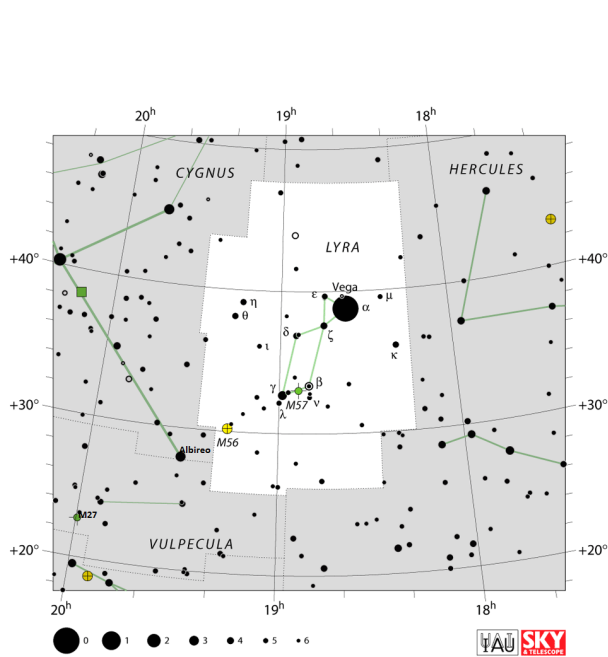
Slika B.1: Mali medvjed (lijevo, sadrži lokaciju sjevernog nebeskog pola) i Veliki medvjed (desno). Preuzeto sa [22]



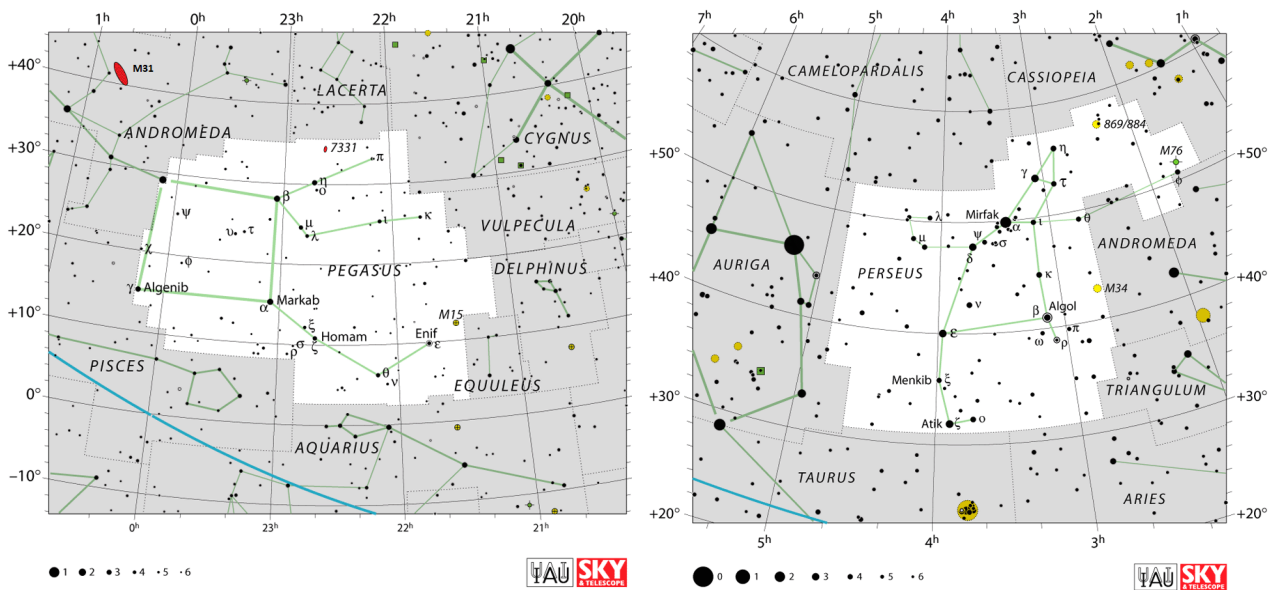
Slika B.2: Orion i Bik. Preuzeto sa [22]



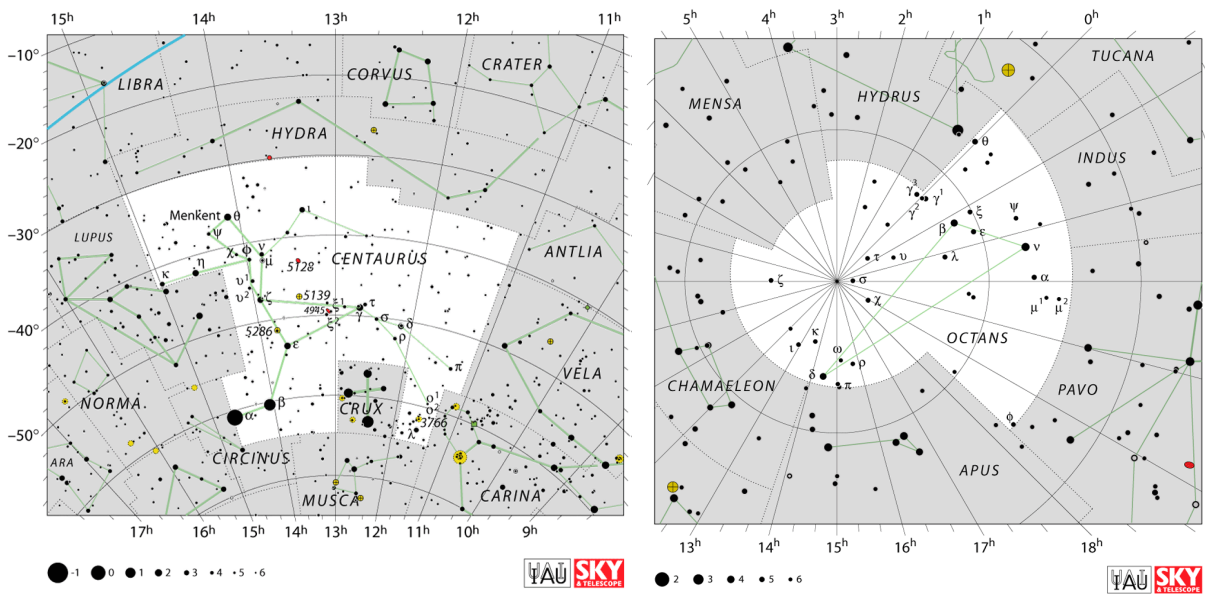
Slika B.3: Djevica (gore), Herkules (dolje). Preuzeto sa [22]



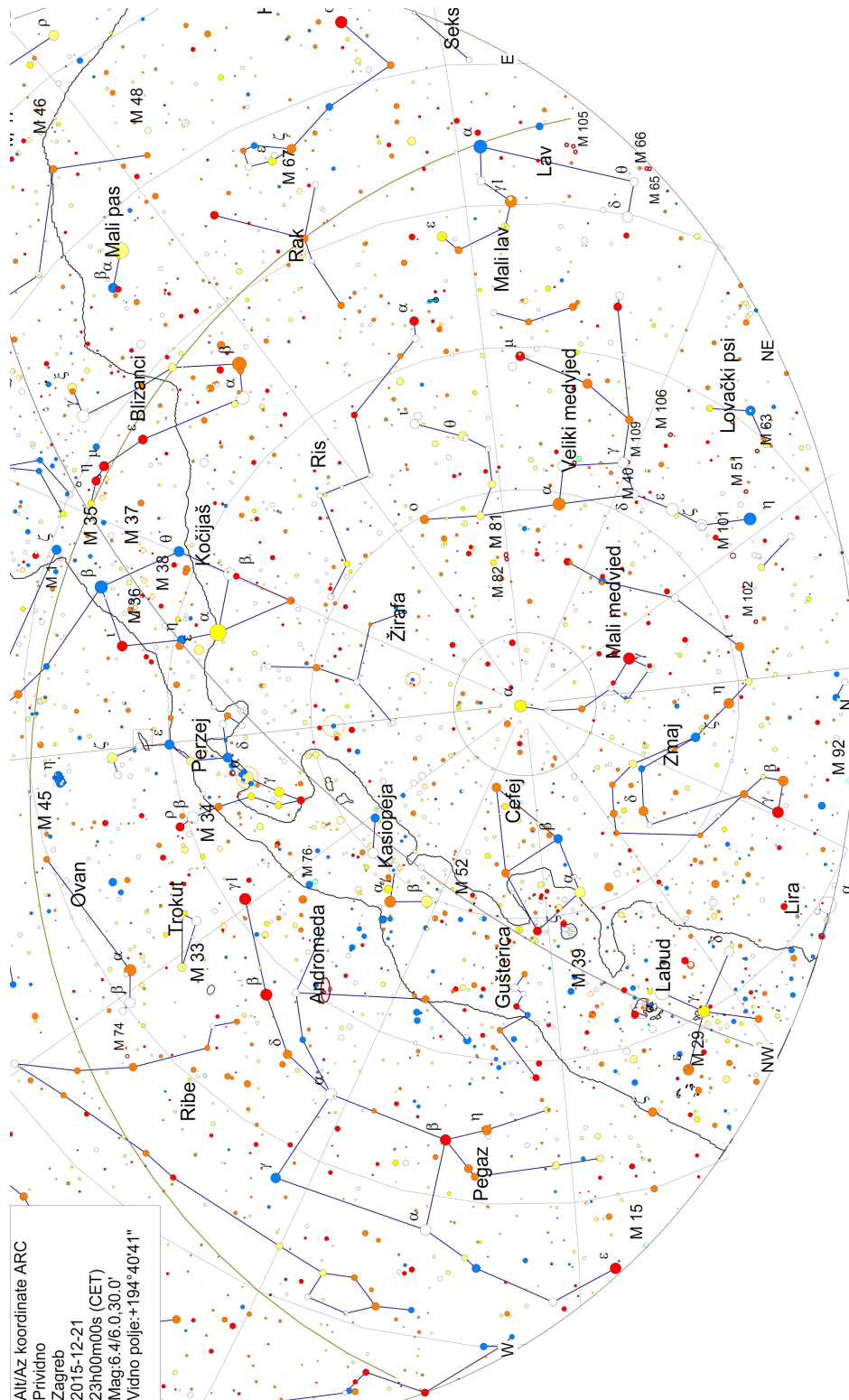
Slika B.4: Lira i Labud (lijevo), Strijelac (desno). Preuzeto sa [22]



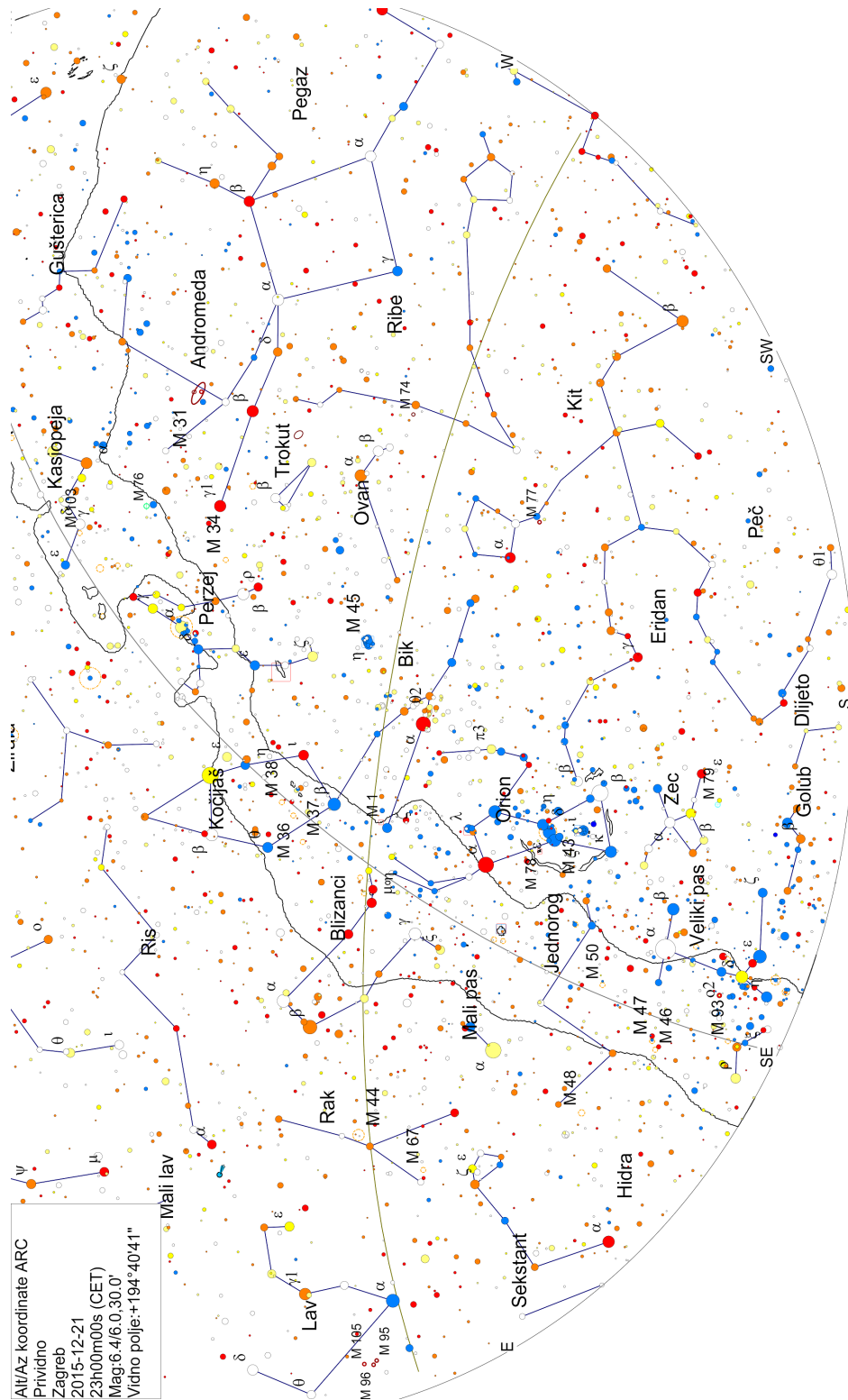
Slika B.5: Pegaz i Andromeda (lijevo), Perzej (desno). Preuzeto sa [22]



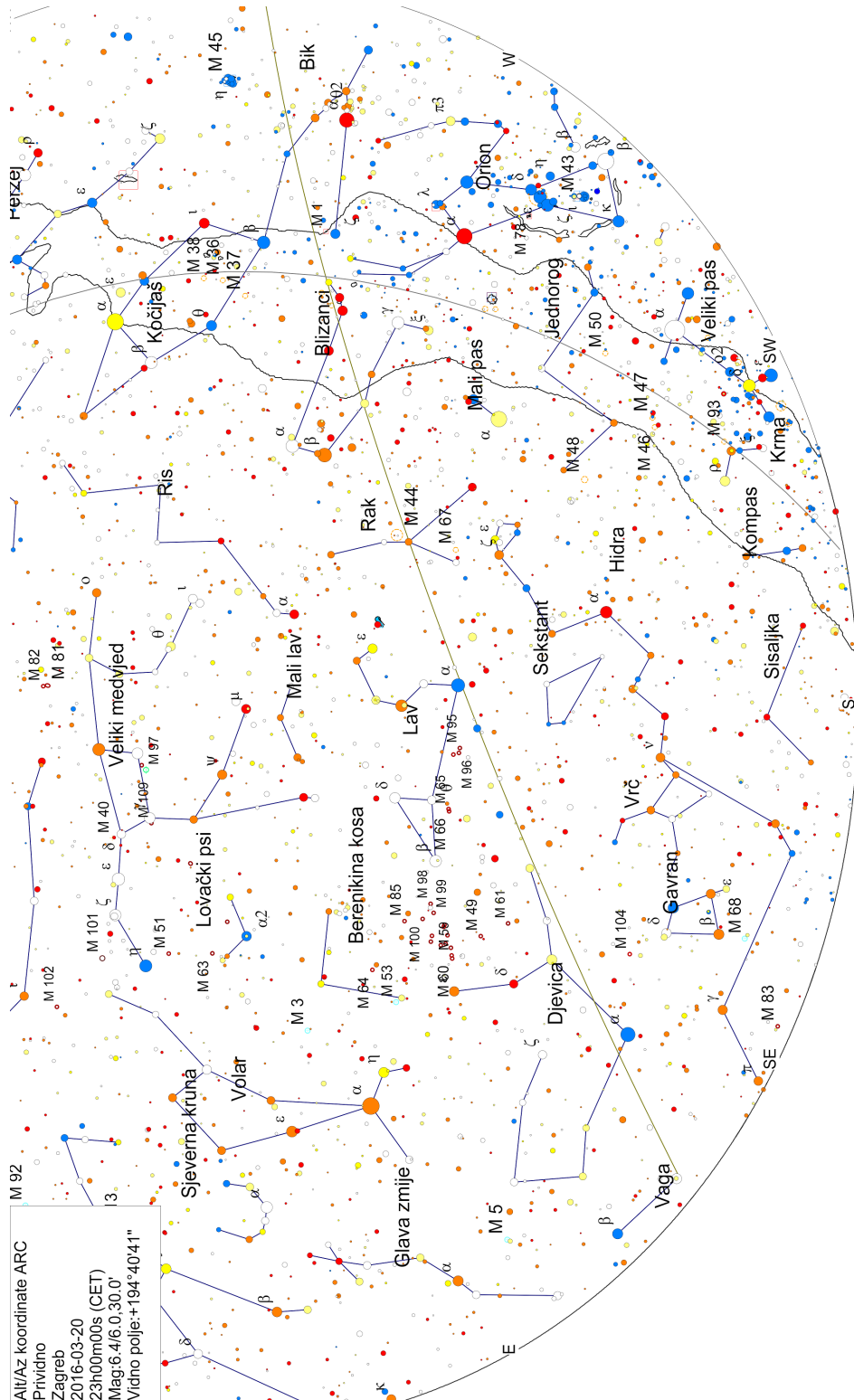
Slika B.6: Kentaur i Križ (lijevo), Oktant (desno, u njemu se nalazi južni nebeski pol). Preuzeto sa [22]



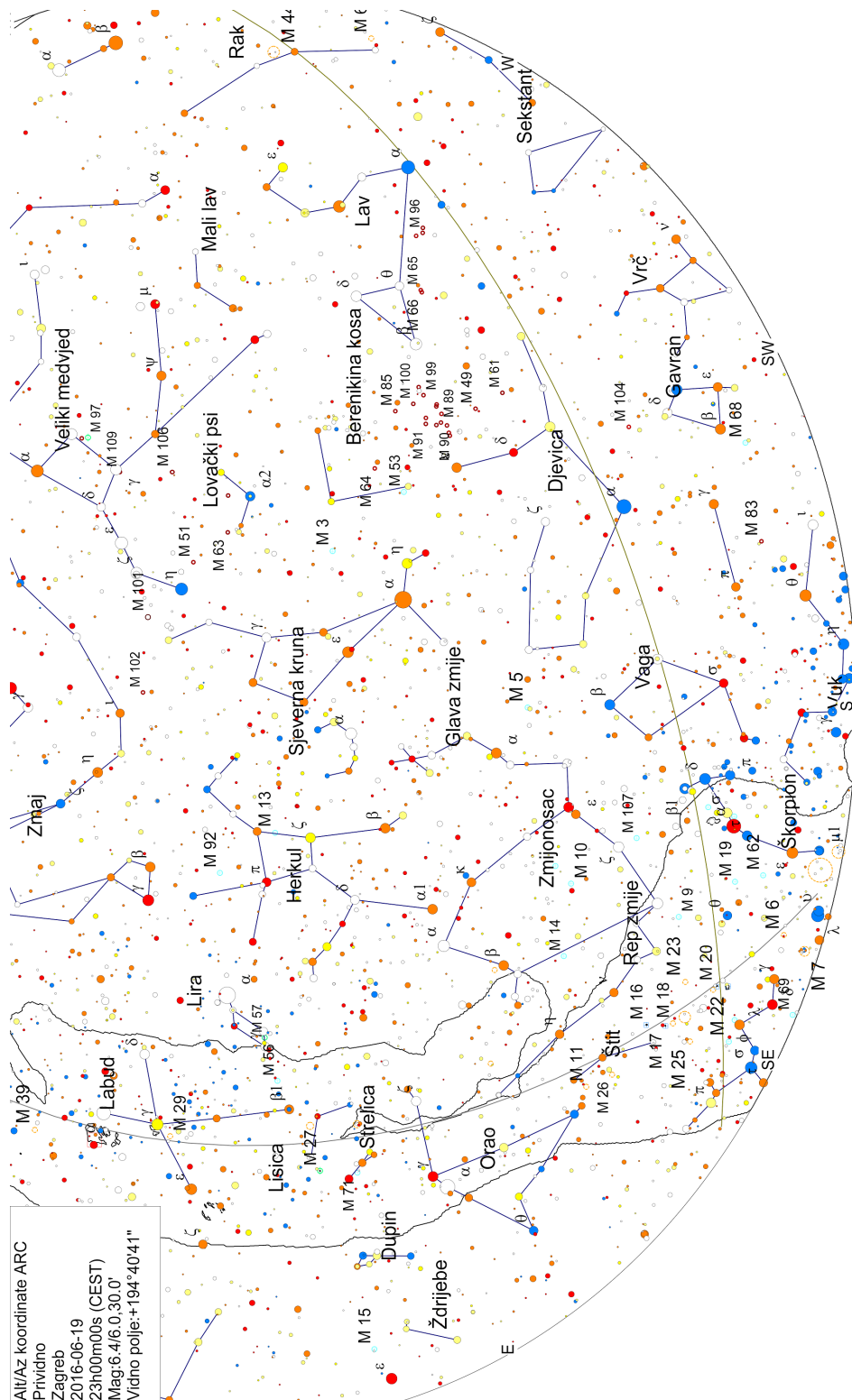
Slika B.7: Cirkumpolarna zviježđa.



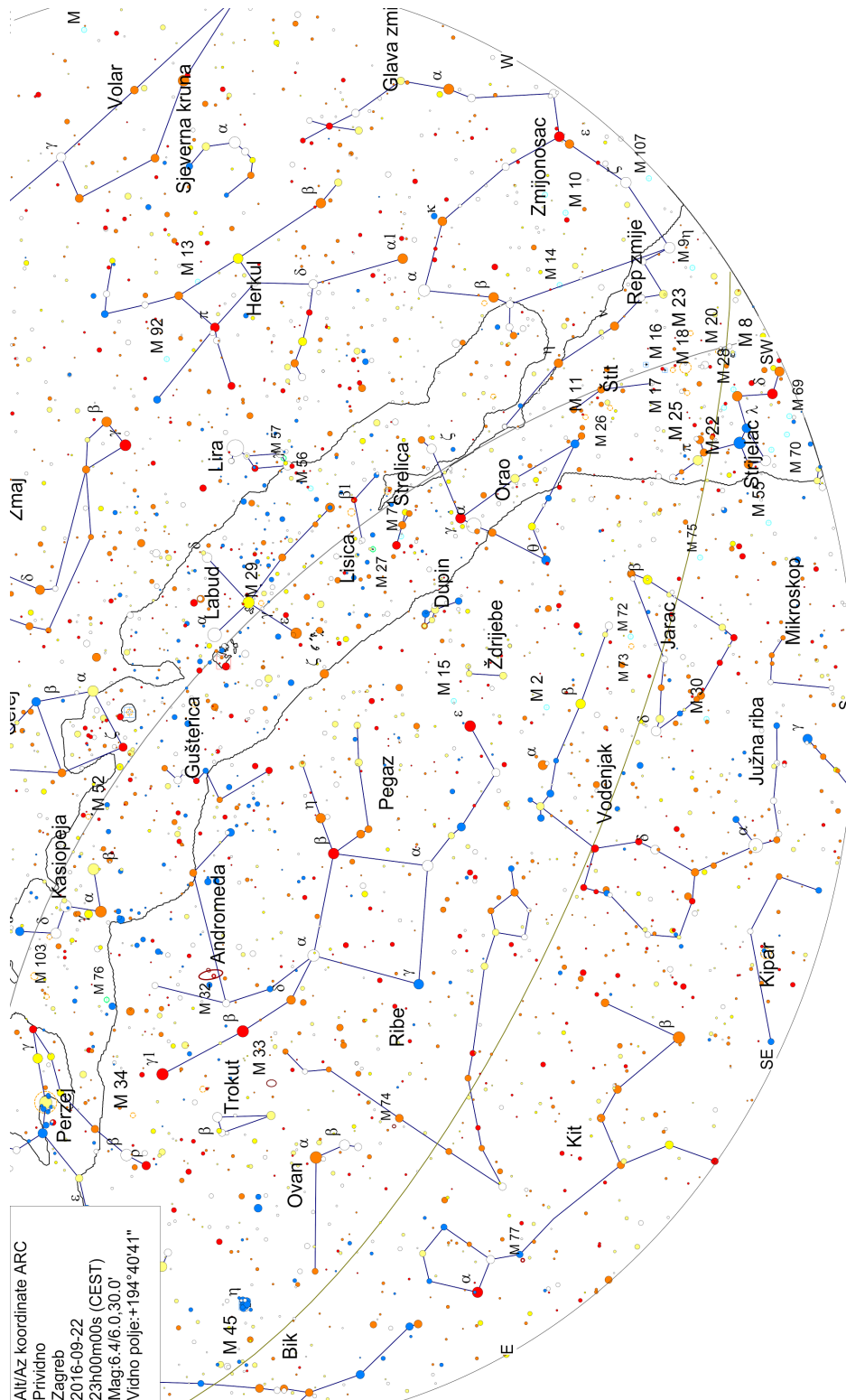
Slika B.8: Zimsko nebo



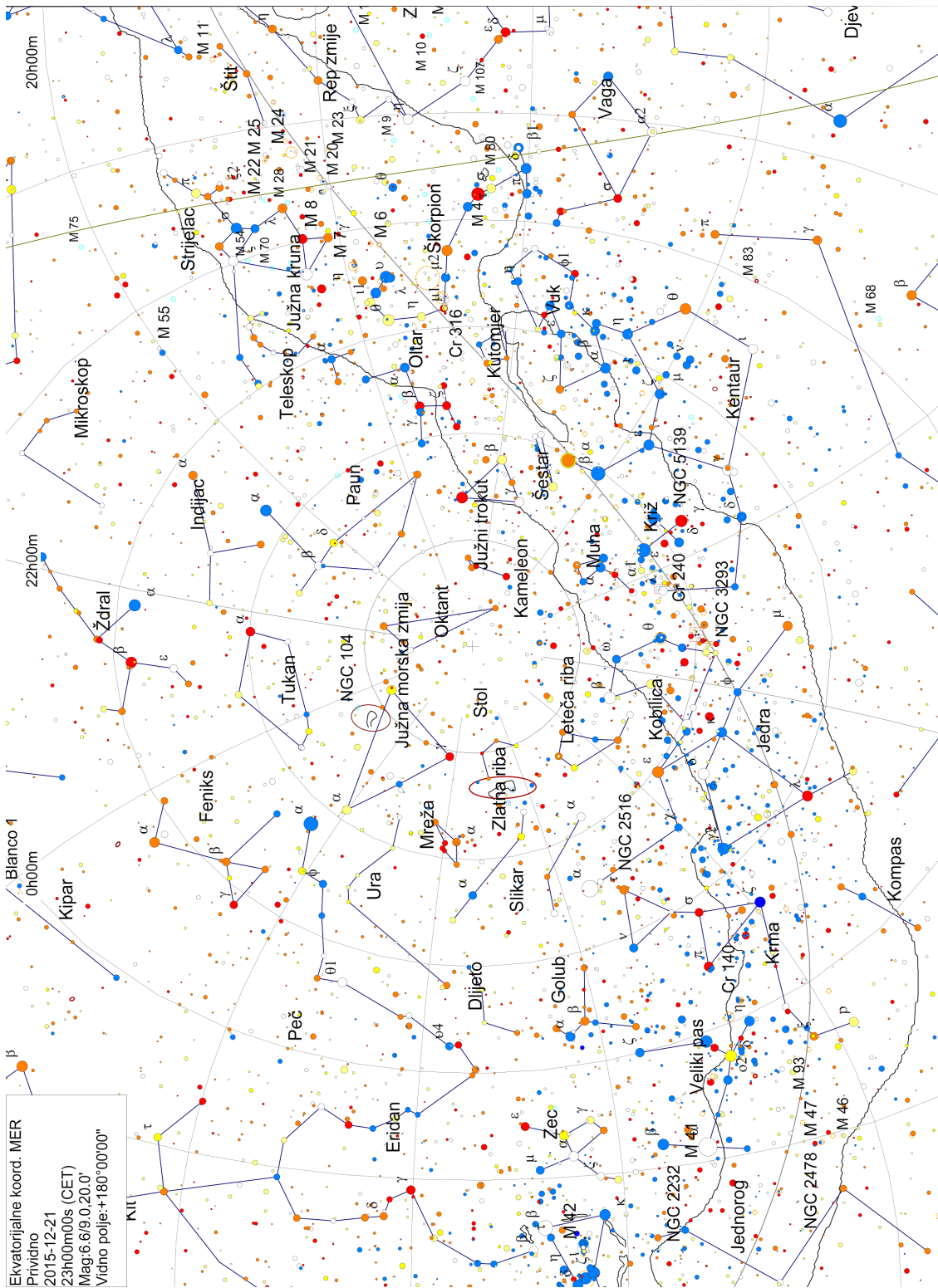
Slika B.9: Proletno nebo



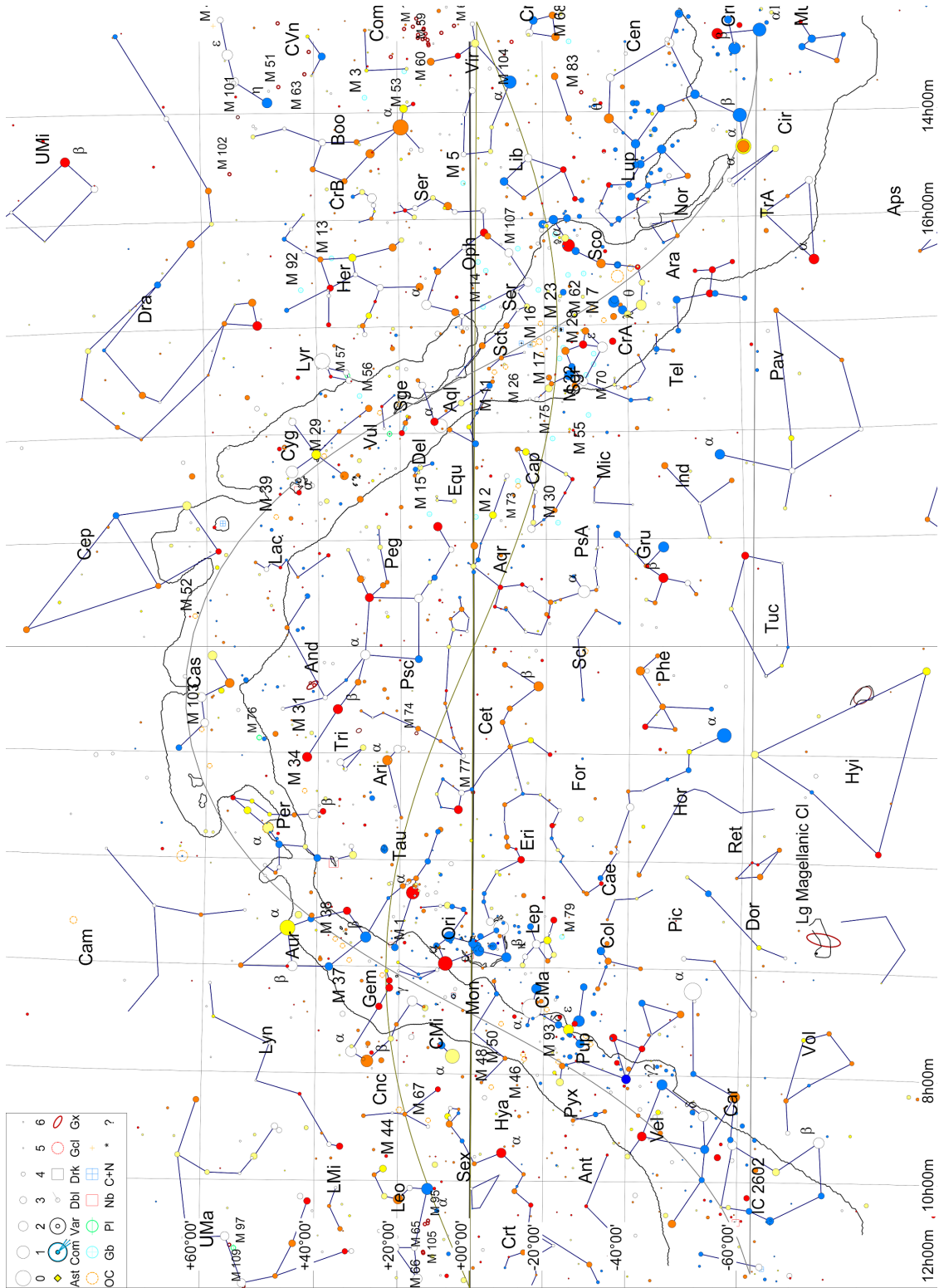
Slika B.10: Ljetno nebo



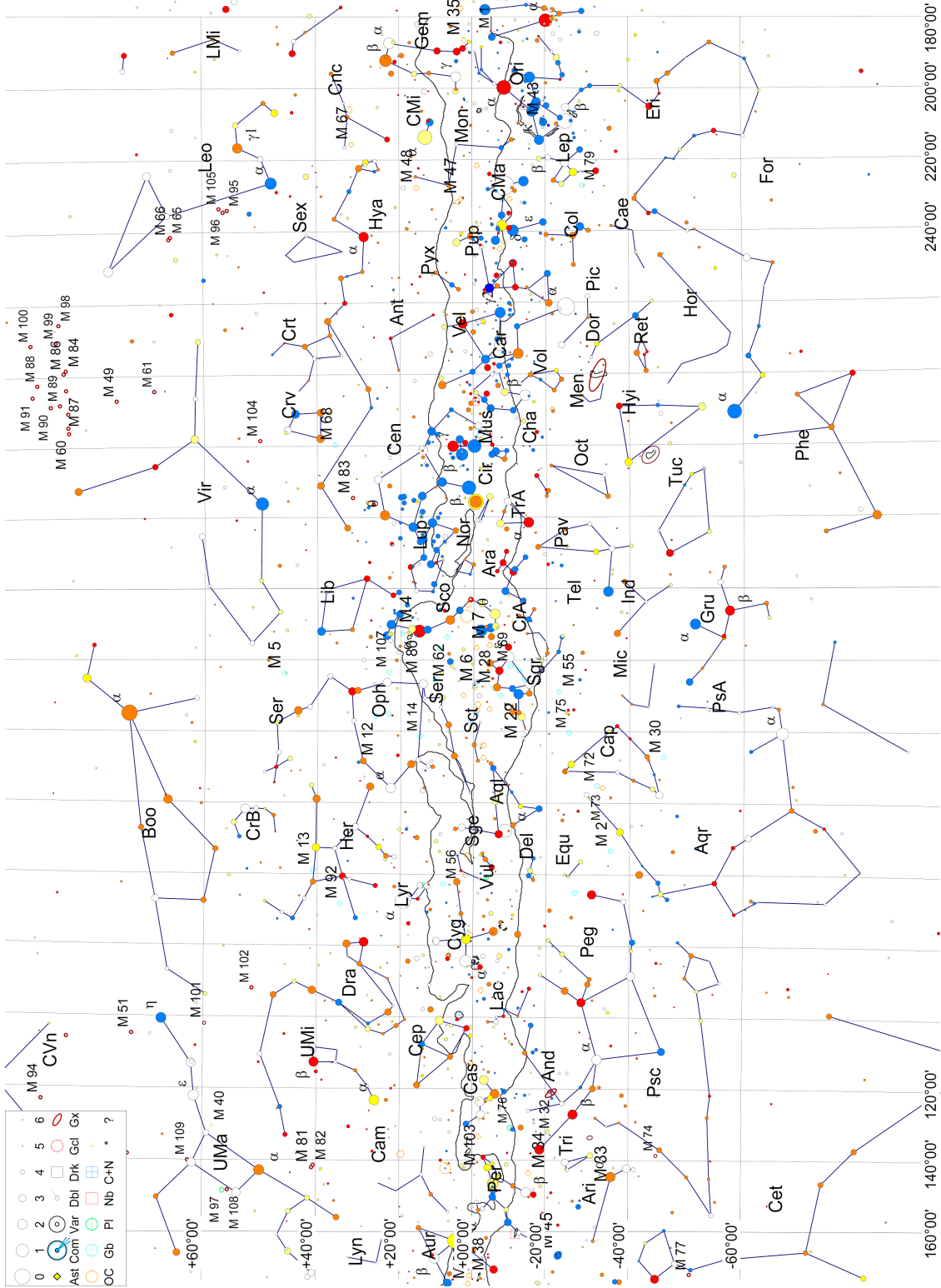
Slika B.11: Jesensko nebo



Slika B.12: Anticirkumpolarni dio neba



Slika B.13: Ekvatorski koordinatni sustav s ucrtanom ekliptikom i galaktičkim ekvatorom.



Slika B.14: Galaktički koordinatni sustav.

Bibliografija

- [1] Gary Mechler. *Planets and Their Moons*. 1995.
- [2] Vladis Vujnović. *Astronomija 1*. 2005.
- [3] Bradley W. Carroll and Dale A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. Addison Wesley, 2007.
- [4] M. S. Bessell, F. Castelli, and B. Plez. *Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibrations for O-M stars*. 1998A&A...333..231B.
- [5] <http://www.clarkvision.com/astro/surface-brightness-profiles/introduction.html>.
- [6] NASA/JPL-Caltech/Malin Space Science Systems/Texas AM Univ.
- [7] <https://en.wikipedia.org/wiki/User:Mdf>.
- [8] <http://www.nasa.gov/press/2014/may/nasas-hubble-shows-jupiters-great-red-spot-is-smaller-than-ever-measured/>.
- [9] <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA01299>.
- [10] <http://saturn.jpl.nasa.gov/>.
- [11] <http://solarsystem.nasa.gov>.
- [12] <http://rosetta.jpl.nasa.gov/>.
- [13] <http://hubblesite.org/>.
- [14] <http://www.deepskycolors.com/>.
- [15] <http://www.eso.org/public/images/eso0919a/>.
- [16] <http://www.eso.org/public/images/eso0926a/>.
- [17] <http://www.eso.org/public/images/eso9846a/>.
- [18] <http://www.eso.org/public/images/eso1403a/>.
- [19] <http://www.eso.org/public/images/eso0930a/>.

- [20] <http://www.nasa.gov/press/2015/january/nasa-s-chandra-detects-record-breaking-outburst-from-milky-way-s-black-hole>.
- [21] <http://www.eso.org/public/images/eso1539a/>.
- [22] <http://www.iau.org/public/themes/constellations/>.