MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2007.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: __________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Iskažite matematički precizno Bolzano-Weierstrassov teorem za neprekidne funkcije na segmentu.
   (b)Dokažite da je ograničen i padajući niz konvergentan.

   [10 bodova]

2. Niz (a_n) je zadan rekurzivno:
$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{2a_n},\ \text{za } n \geq 1.$$
   Pokažite da je (a_n) konvergentan i odredite mu limes.

   [10 bodova]

3. Izračunajte limese nizova (ako postoje)

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^3 - n + 2}{n^2 - 2n^3}$, (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (\sqrt{3n-1} - \sqrt{2n})$. [10 bodova]

4. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa
$$S := \left\{ \frac{7-4n}{2n+1} \ :\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

   [10 bodova]

5. Izracunajte limese

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\cos\frac{1}{x}\right)^{x^2}$. [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2007.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________

(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Iskažite matematički precizno Cauchyjevu definiciju neprekidnosti funkcije u nekoj točci.
   (b) Dokažite da je ograničen i rastući niz konvergentan.

   [10 bodova]

2. Niz (a_n) je zadan rekurzivno:

$$a_1 = 5,\ a_{n+1} = \frac{5a_n - 4}{a_n},\ \text{za } n \geq 1.$$

   Pokažite da je (a_n) konvergentan i odredite mu limes.

   [10 bodova]

3. Izračunajte limese nizova (ako postoje)

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^6 - 10n^2 + 2n}{n^7 - 1}$, (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n + \sin(n) - 5^n}{n^4 + n^2 + 5^n}$. [10 bodova]

4. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{4 - 2n}{3n + 5} \ :\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

   [10 bodova]

5. Izracunajte limese

   (a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos^3 x}{\operatorname{sh}^2 x}$, (b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 + \operatorname{tg} \dfrac{1}{x}\right)^x$. [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2007.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene:
- Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Iskažite matematički precizno Weierstrassov teorem za nizove realnih brojeva.
   (b) Dokažite da je neprekidna funkcija na segmentu ograničena odozgo.

   [10 bodova]

2. Niz (a_n) je zadan rekurzivno:

   $$a_1 = 3,\ a_{n+1} = \frac{3a_n - 2}{a_n},\ \text{za } n \geq 1.$$

   Pokažite da je (a_n) konvergentan i odredite mu limes. [10 bodova]

3. Izračunajte limese nizova (ako postoje)

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{2n^5 + 3n^3 - 3n + 1}{2n^5 + 4n^4 + 3n^3 + n^2 + 1}$, (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2+3} - \sqrt{n+5}}{\sqrt{n-1} - 3n}$. [10 bodova]

4. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

   $$S := \left\{ \frac{5-6n}{3n+1} \ : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

   [10 bodova]

5. Izracunajte limese

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 3x}{1 - \cos\sqrt{x}}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\operatorname{ch} \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^x$. [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2007.

Ime i prezime: ______________________ JMBAG: ______________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Iskažite matematički precizno definiciju konvergencije niza realnih brojeva.
(b) Koristeći Cauchyjevu definiciju neprekidnosti dokažite da je funkcija $f(x) = x^2$ neprekidna u svakoj točci. [10 bodova]

2. Niz (a_n) je zadan rekurzivno:

$$a_1 = 4,\ a_{n+1} = \frac{4a_n - 3}{a_n},\ \text{za } n \geq 1.$$

Pokažite da je (a_n) konvergentan i odredite mu limes.

[10 bodova]

3. Izračunajte limese nizova (ako postoje)
(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^4 + 3n^3 + n^2 + n - 5}{n^3 + n + 2}$, (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n + n^2 - 3^n}{n^4 + n^2 + 2^n}$. [10 bodova]

4. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{3 - 4n}{n + 3} \ :\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

[10 bodova]

5. Izracunajte limese
(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos x}{\operatorname{sh}^2 x}$, (b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 + \operatorname{sh} \dfrac{1}{x^2}\right)^{x^2}$. [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević