

# MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 2. 11. 2009.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_ JMBAG: \_\_\_\_\_  
(10-znamenkasti broj na x-ici)

- Napomene:** - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.  
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.  
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Neka je

$$f(x) = \sqrt{4 \operatorname{sh}(\ln x) - x}.$$

Odredite  $\mathcal{D}_f$ . [4 boda]

- (b) Riješite jednadžbu

$$\cos(3 \arccos x) = 2x^3 - 2x.$$

(Uputa: Iskoristite adicijsku formulu za  $\cos$ .) [2 boda]

2. Odredite sliku funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{\log_3 x - 1}{\log_3 \left(\frac{x}{9}\right)}},$$

te odredite  $f([1, 3])$ . [6 bodova]

3. Neka je  $f(x) = |2x^2 + 2x - |x^2 - 1||$ . Odredite  $f^{-1}([0, 1])$ . [6 bodova]

4. (a) Neka je  $f : [\pi, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [0, 1]$  funkcija definirana formulom

$$f(x) := (|\sin x| - 1)^2.$$

Dokažite da je  $f$  bijekcija i odredite  $f^{-1}$ . [4 boda]

- (b) Postoji li padajuća funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takva da vrijedi

$$f(f(x)) - f(x^3) = 2^{f(x)}, \quad \text{za sve } x \in \mathbb{R}?$$

U slučaju potvrdnog odgovora nađite sve takve funkcije  $f$ . Sve tvrdnje detaljno obrazložite. [3 boda]

**Rezultati:**

*B. Guljaš, H. Šikić, T. Bosner, G. Conar, I. Gogić, A. Mimica*

# MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 2. 11. 2009.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_ JMBAG: \_\_\_\_\_  
(10-znamenkasti broj na x-ici)

- Napomene:** - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.  
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.  
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Neka je

$$f(x) = \ln(\operatorname{ch}(\ln x) - x).$$

Odredite  $\mathcal{D}_f$ . [4 boda]

- (b) Riješite jednadžbu

$$\cos(3 \arccos x) = -2x.$$

(Uputa: Iskoristite adicijsku formulu za  $\cos$ .) [2 boda]

2. Odredite sliku funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{\log_2 x + 1}{\log_2(4x)}},$$

te odredite  $f([1, +\infty))$ . [6 bodova]

3. Neka je  $f(x) = e^{\sin \sqrt{x}}$ . Odredite  $f^{-1}(\langle 0, 1 \rangle)$ . [6 bodova]

4. (a) Neka je  $f : [-\pi, -\frac{\pi}{2}] \rightarrow [1, 4]$  funkcija definirana formulom

$$f(x) := (|\cos x| - 2)^2.$$

Dokažite da je  $f$  bijekcija i odredite  $f^{-1}$ . [4 boda]

- (b) Postoji li padajuća bijekcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takva da vrijedi

$$f^{-1}(x^3) \leq f(f(x)^2 + f(x)), \quad \text{za sve } x \in \mathbb{R}?$$

U slučaju potvrdnog odgovora nađite sve takve funkcije  $f$ . Sve tvrdnje detaljno obrazložite. [3 boda]

**Rezultati:**

*B. Guljaš, H. Šikić, T. Bosner, G. Conar, I. Gogić, A. Mimica*