MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 24. 4. 2006.

Ime i prezime: ________________________ JMBAG: ____________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Zadana je funkcija
$$f(x) = \frac{1+x^2}{1+\operatorname{tg}^2 x}.$$
Odredite $f^{(100)}(0)$. [6 bodova]

2. Nađite sve tangente na krivulju $x^2 + xy + y^2 = 1$ koje prolaze točkom $(-2, 0)$.
[6 bodova]

3. Funkciju $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ zadanu formulom
$$f(x) := \frac{1}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3}$$
dodefinirajte u točki 0 tako da dobivena funkcija bude neprekidna u 0. Da li je tako dodefinirana funkcija klase $C^1(\mathbb{R})$? Sve tvrdnje detaljno obrazložite.
[7 bodova]

4. Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadane formulom
$$f(x) = x^2 \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}.$$
[6 bodova]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnicu uz rješenja.

Rezultati i žalbe: petak 28. 4. 2006. u 12 sati, na `web.math.hr/nastava/analiza/` i oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 24. 4. 2006.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: __________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Zadana je funkcija
$$f(x) = (x\sin x - x\cos x)^2.$$
Odredite $f^{(100)}(0)$. [6 bodova]

2. Odredite parametar $a \in \mathbb{R}$ tako da normala na krivulju $x + y^3 + ay - 1 = 0$ u točki $(1, 0)$ zatvara s koordinatnim osima pravokutni trokut površine 1.

   [6 bodova]

3. Odredite parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadana formulom
$$f(x) := \begin{cases} \operatorname{ch} x + \beta \operatorname{sh} x, & \text{za } x \leq 0 \\ \alpha \cos x + \sin x \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & \text{za } x > 0 \end{cases}$$
derivabilna na čitavom skupu $\mathbb{R}$. Da li je tako dobivena funkcija klase $C^1(\mathbb{R})$? Sve tvrdnje detaljno obrazložite.

   [7 bodova]

4. Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadane formulom
$$f(x) = x^3 e^{-x}.$$

   [6 bodova]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnicu uz rješenja.

Rezultati i žalbe: petak 28. 4. 2006. u 12 sati, na `web.math.hr/nastava/analiza/` i oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 24. 4. 2006.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Zadana je funkcija
$$f(x) = \frac{x^2 \sin x \cos^2 x}{1 + \sin x}.$$
Odredite $f^{(100)}(0)$. [6 bodova]

2. Nađite zajedničku tangentu parabola $y = x^2$ i $y = x^2 - 2x + 3$.

[6 bodova]

3. Funkciju $f : \langle 0, 1\rangle \cup \langle 1, +\infty\rangle \to \mathbb{R}$ zadanu formulom
$$f(x) := \ln x \cdot \cos \frac{1}{x-1}$$
dodefinirajte u točki 1 tako da dobivena funkcija bude neprekidna u 1. Da li je tako dodefinirana funkcija klase $C^1(\langle 0, +\infty\rangle)$? Sve tvrdnje detaljno obrazložite.

[7 bodova]

4. Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadane formulom
$$f(x) = x\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2}.$$

[6 bodova]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnicu uz rješenja.

Rezultati i žalbe: petak 28. 4. 2006. u 12 sati, na `web.math.hr/nastava/analiza/` i oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 24. 4. 2006.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Zadana je funkcija
$$f(x) = (1 - x^2)(\sin^4 x - \cos^4 x).$$
Odredite $f^{(100)}(0)$. [6 bodova]

2. Odredite parametar $a > 1$ tako da se krivulje $xy^2 = 4$ i $x^a y = 2$ u prvom kvadrantu sijeku pod kutom 30°.

   [6 bodova]

3. Odredite parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadana formulom
$$f(x) := \begin{cases} x^2 + \alpha x + \beta, & \text{za } x \le 0 \\ \sin x^2 \cdot \ln \frac{1}{x^2}, & \text{za } x > 0 \end{cases}$$
derivabilna na čitavom skupu $\mathbb{R}$. Da li je tako dobivena funkcija klase $C^1(\mathbb{R})$? Sve tvrdnje detaljno obrazložite.

   [7 bodova].

4. Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadane formulom
$$f(x) = x^2 \mathrm{e}^{-x^2}.$$

   [6 bodova]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnicu uz rješenja.

Rezultati i žalbe: petak 28. 4. 2006. u 12 sati, na `web.math.hr/nastava/analiza/` i oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše