MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 22. 4. 2009.

Ime i prezime: ____________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Ako je
$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x+2},$$
izračunajte
$$2f^{(101)}(0) + 101 f^{(100)}(0).$$
(b) Dokažite da je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definirana formulom
$$f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x - \cos x.$$
bijekcija i izračunajte $(f^{-1})'(-1)$.

[6 bodova]

2. Nađite sve tangente na krivulju
$$y = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x + 1$$
koje su okomite na pravac
$$x + 8y - 1 = 0.$$

[5 bodova]

3. Odredite parametar $\alpha \in \mathbb{R}$ takav da funkcija
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + \alpha, & x < 1 \\ \ln(2x), & x \geq 1 \end{cases}$$
bude neprekidna na $\mathbb{R}$. Za takvu funkciju ispitajte njenu derivabilnost te joj odredite globalne ekstreme na $[-10, 10]$. [6 bodova]

4. Odredite intervale monotonosti, ekstreme, točke infleksije te intervale konveksnosti i konkavnosti za funkciju
$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}.$$

[8 bodova]

Rezultati:

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 22. 4. 2009.

Ime i prezime: ______________________ JMBAG: ______________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Ako je
$$f(x) = \frac{\operatorname{Arth} x}{x+3},$$
izračunajte
$$3f^{(99)}(0) + 99f^{(98)}(0).$$
(b) Dokažite da je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definirana formulom
$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x + \cos x$$
bijekcija i izračunajte $(f^{-1})'(1)$.

[6 bodova]

2. Nađite sve tangente na krivulju
$$y = 5x + 12x^2 - 4x^3 - 3x^4$$
koje su okomite na pravac
$$x + 5y + 2 = 0.$$

[5 bodova]

3. Odredite parametre $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ takve da funkcija
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \beta x + \gamma, & |x| \le 1 \\ e^{-2x}, & |x| > 1 \end{cases}$$
bude neprekidna na $\mathbb{R}$. Ispitajte derivabilnost takve funkcije te joj oderedite globalne ekstreme na $[-5, 3]$.

[6 bodova]

4. Odredite intervale monotonosti, ekstreme, točke infleksije te intervale konveksnosti i konkavnosti za funkciju
$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}.$$

[8 bodova]

Rezultati: