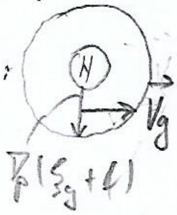
JDŽBA TENDENCIJE VISINA IZOBARNIH PLOHA (TEND. GEOPOTENCIJALA)

- Sutcliff-ova teorija je uglavnom ograničena na prizemne baričke zatvorene sustave
- sada razmatramo visinske baričke sustave za koje pretpostavljamo da su otvoreni (doline i grebeni) $\Rightarrow$ u prirodi u srednjoj i višoj troposferi nalazimo takve baričke oblike
- i dok je Sutcliff "ubio" član advekcije vrtložnosti $\vec{V}_g \cdot \nabla_p(\zeta_g + f)$: ovdje ga zadržavamo jer $\vec{V}_g$ i $\nabla_p(\zeta_g+f)$ nisu nužno okomiti!



$$\Rightarrow \vec{V}_g \cdot \nabla_p(\zeta_g + f) \neq 0$$

- umjesto lokalne promjene vrtložnosti koju je gledao Sutcliff, ovdje gledamo laplasijan tendencije visina izobarnih ploha $\Rightarrow$ pokazuje se da je takav koncept puno praktičniji za dijagnozu
- definiramo tendenciju geop. visina kao $\boxed{\chi = \frac{\partial \phi}{\partial t}}$ – lokalna promjena geopotencijala
- opet se kreće od QG jdžbe vrtložnosti:

$$\frac{d}{dt}(\zeta_g + f) = -(\zeta_g + f)\nabla_p \cdot \vec{V} \Rightarrow \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla_p(\zeta_g + f) = -f\nabla_p \cdot \vec{V}$$

$$\zeta_g = \frac{1}{f}\nabla_p^2 \phi \quad ; \quad \nabla_p \cdot \vec{V} = -\frac{\partial \omega}{\partial p}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{f}\nabla_p^2 \phi\right) = -\vec{V}_g \cdot \nabla_p(\zeta_g + f) + f\frac{\partial \omega}{\partial p} \quad / f$$

$$\Rightarrow \nabla_p^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} = \boxed{\nabla_p^2 \chi = f\left[-\vec{V}_g \cdot \nabla_p(\zeta_g + f)\right] + f^2 \frac{\partial \omega}{\partial p}} - (1)$$

- dakle, $\nabla_p^2 \chi = f\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \sim \frac{\partial \zeta_g}{\partial t}$ $\Rightarrow$ tu nam živi ciklogenetički kriterij!
- kako je $\chi = \frac{\partial \phi}{\partial t}$, $\vec{V}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p \phi$ i $\zeta_g = \frac{1}{f}\nabla_p^2 \phi$, u jdžbi (1) imamo 2 nepoznanice $\Rightarrow$ ϕ i ω
- treba nam još jedna jdžba da zatvorimo sustav $\Rightarrow$ $\overline{\text{IZTD}}$ za adijabatske procese: $\frac{d}{dt}\ln\theta = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\ln\theta) + \vec{V} \cdot \nabla(\ln\theta) = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\ln\theta) + \vec{V}_g \cdot \nabla_p(\ln\theta) + \omega\frac{\partial}{\partial p}(\ln\theta) = 0$$

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \Big/ \ln \Rightarrow \ln\theta = \ln T + \frac{R}{c_p}\ln p_0 - \frac{R}{c_p}\ln p \Big/ \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_p, \nabla_p$$

- na izobarnoj plohi: $\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla_p p = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\ln\theta) = \frac{\partial}{\partial t}(\ln T) \quad ; \quad \nabla_p(\ln\theta) = \nabla_p(\ln T)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\ln T) + \vec{V}_g\cdot\nabla_p(\ln T) + \omega\frac{\partial}{\partial p}\ln\theta = 0$$

- plinska jdžba: $p\alpha = RT \,/\ln \Rightarrow \ln R + \ln T = \ln p + \ln\alpha \,/\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_p$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\ln T) = \frac{\partial}{\partial t}(\ln\alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \frac{1}{T}\vec{V}_g\cdot\nabla_p T + \frac{\omega}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p} = 0 \;/\cdot T \Rightarrow \frac{T}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \vec{V}_g\cdot\nabla_p T + T\frac{\omega}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p}{R}\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \vec{V}_g\cdot\nabla_p T + \frac{p\alpha}{R}\frac{\omega}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p} = 0$$

$\frac{p\alpha}{R\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p} \sim -\sigma$ (parametar statičke stabilnosti) ; $xyp: \alpha = -\frac{\partial\phi}{\partial p}$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{p}{R}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)} + \vec{V}_g\cdot\nabla_p T - \frac{p}{R}\sigma\omega = 0$$

$$-\frac{p}{R}\frac{\partial}{\partial p}\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\frac{p}{R}\frac{\partial\chi}{\partial p}$$

$$\boxed{-\frac{p}{R}\frac{\partial\chi}{\partial p} = -\vec{V}_g\cdot\nabla_p T + \omega\sigma\frac{p}{R}} \quad (2)$$

- iz sustava jdžbi (1) i (2) se riješimo ω-e

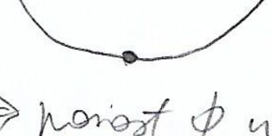
(1) $\nabla_p^2\chi = f\left[-\vec{V}_g\cdot\nabla_p(\zeta_g+f)\right] + f^2\frac{\partial\omega}{\partial p}$

(2) $-\frac{\partial\chi}{\partial p} = -\frac{R}{p}\vec{V}_g\cdot\nabla_p T + \omega\sigma \;/\cdot\left(-\frac{f^2}{\sigma}\right), \frac{\partial}{\partial p}$ (+)

$$\boxed{\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\chi = \underbrace{f\left[-\vec{V}_g\cdot\nabla_p(\zeta_g+f)\right]}_{A} - \underbrace{\frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial}{\partial p}\left[\frac{R}{p}\left(-\vec{V}_g\cdot\nabla_p T\right)\right]}_{B}}$$

↳ QG jdžba tendencije geopotencijala

- za kvalitativnu diskusiju nazovimo operator $\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2} \equiv \nabla^2$ približnim 3D laplasijanom (jer vert. komponenta ima težinu $\frac{f^2}{\sigma}$)
- što znači laplasijan? ⇒ on je 2. derivacija pa ako je
$\nabla^2(\;) < 0 \Rightarrow$ MAXIMUM, a $\nabla^2(\;) > 0 \Rightarrow$ MINIMUM

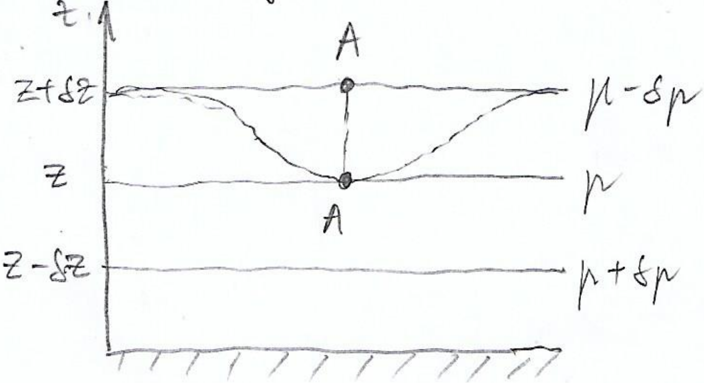


- što znači $\chi = \frac{\partial\phi}{\partial t}$? ⇒ $\frac{\partial\phi}{\partial t} > 0 \Rightarrow$ porast ϕ u vremenu

$\frac{\partial\phi}{\partial t} < 0 \Rightarrow$ smanjenje ϕ u vremenu

- ukupno: $\nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} \begin{cases} < 0 \Rightarrow \boxed{\text{MAKSIMALNI POROST } \phi \text{ u } t} \\ \quad\;\; \text{minimalni pad } \phi \text{ u } t \\ > 0 \Rightarrow \underline{\text{minimalni porast}}\ \phi \text{ u } t \\ \quad\;\; \boxed{\text{MAKSIMALNI PAD } \phi \text{ u } t} \end{cases}$

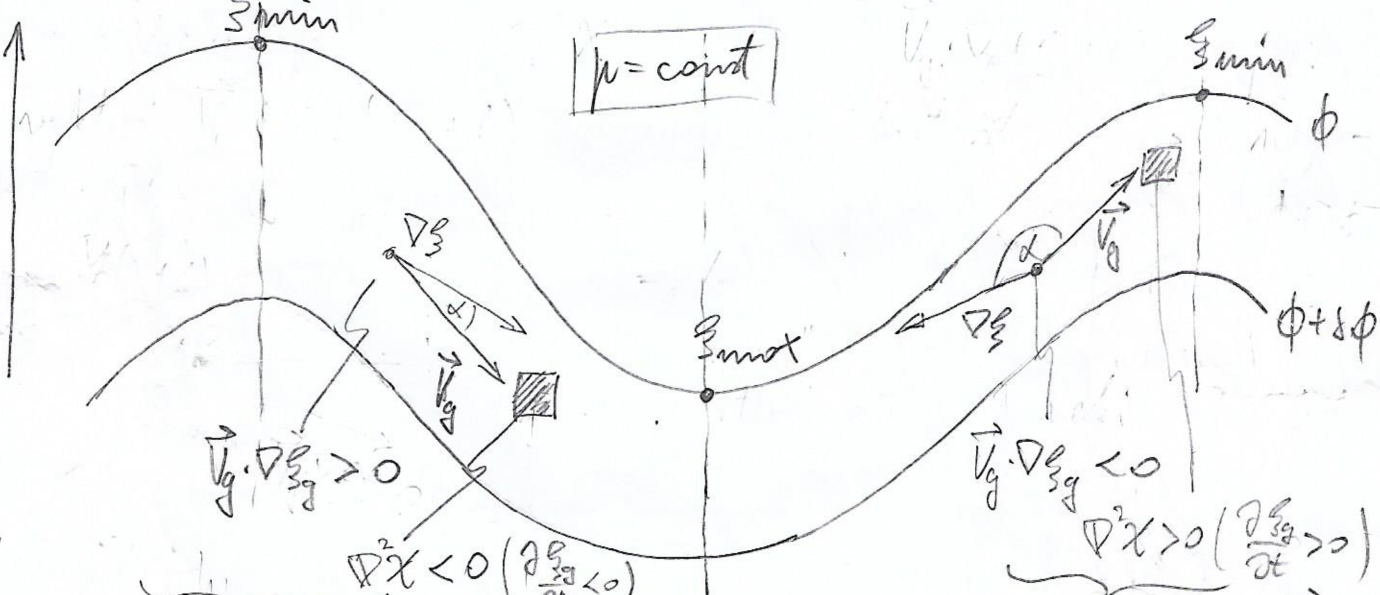
- budući da je $\xi_g \sim \nabla_p^2 \phi \; / \frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \xi_g}{\partial t} \sim \nabla_p^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla_p^2 \chi \Rightarrow$ lokalni porast ciklonalne vrtložnosti ($\frac{\partial \xi_g}{\partial t} > 0$) uzrokuje lokalni pad geopotencijalnih visina tj. SPUŠTANJE IZOBARNE PLOHE



- ako se u neporemećenom stanju u točki A dogodi porast ciklonalne vrtložnosti, izobarna ploha će se spustiti pa će u točki A na visini z gdje je prije bio tlak p biti smanjeni tlak $p - \delta p \Rightarrow$ NISKI TLAK unutra, a viši tlak okolo $\Rightarrow$ obilježje CIKLONE

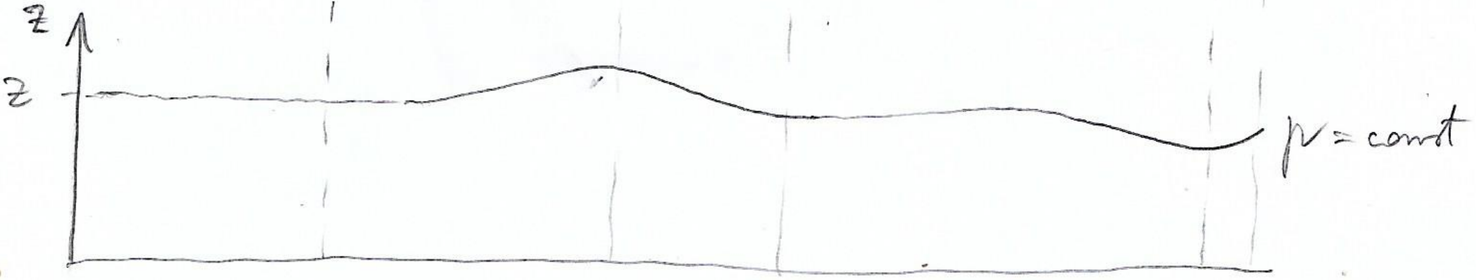
- razmatramo sada članove (A) i (B) koji se zajedno zovu FJA PRISILE $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ prisiljavaju zavisnu varijablu da poprimi odgovarajući oblik

(A) : N
$\Downarrow$
ADVEKCIJA VRTLOŽNOSTI GEOSTROF. VJETROM



na ovaj lokalitet $\vec{V}_g$ donosi manju vrtložnost (anticiklonalnu) pa imamo porast ϕ u t (izob. ploha se diže)

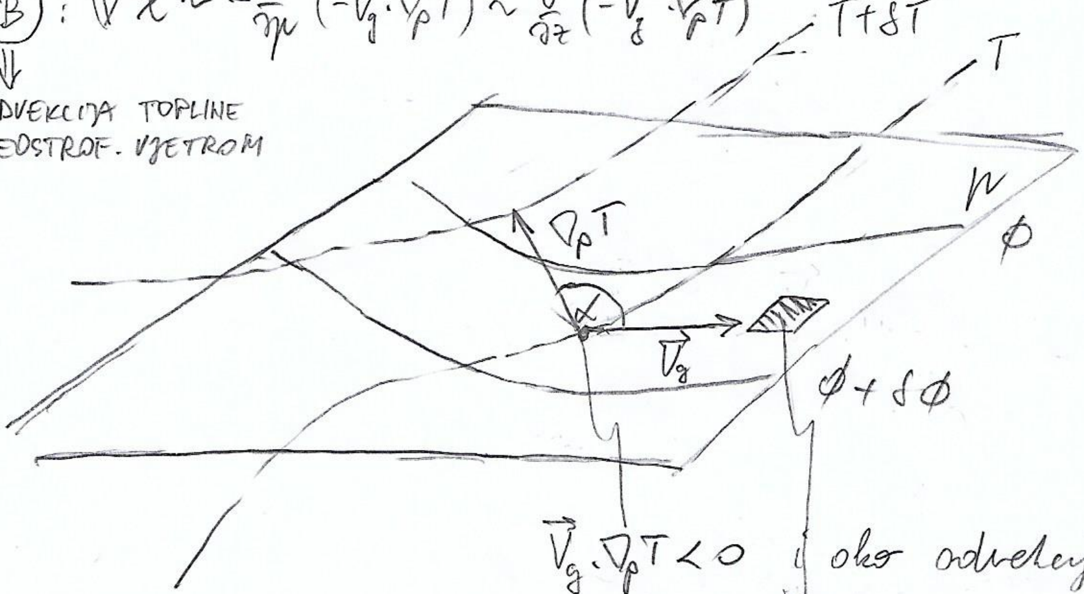
na ovaj lokalitet $\vec{V}_g$ donosi veću vrtložnost (ciklonalnu) pa imamo pad ϕ u t



$$\text{(B)} : \nabla^2\chi \sim -\frac{\partial}{\partial p}\left(-\vec{V}_g\cdot\nabla_p T\right) \sim \frac{\partial}{\partial z}\left(-\vec{V}_g\cdot\nabla_p T\right)$$

⇓

ADVEKCIJA TOPLINE GEOSTROF. VJETROM



$\vec{V}_g\cdot\nabla_p T < 0$ i oko advekcija toplog zraka raste s visinom (advekcija toplog zraka je slabija ispod plohe p nego iznad nje) $\Rightarrow \nabla^2\chi > 0 \Rightarrow \phi$ opada u t tj. ploha se spušta jer je ispod nje hladnije nego iznad $\Rightarrow \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} > 0$

- u stvarnosti, ukoliko su advekcija vrtložnosti i/ili topline dovoljno jaki, otvoreni visinski sustavi mogu prijeći u zatvorene sustave koji se nazivaju visinskim ciklonama/anticiklonama ⇒ proces ODVAJANJA ili eng. CUT-OFF

DIJAGNOZA CIKLOGENEZE (ANTICIKLOGENEZE) ω-JDŽBOM

- vert. gibanja su u uskoj vezi s genezom atmosferskih sustava jer npr. kod ciklone zrak konvergira prema središtu što rezultira uzlaznim gibanjima iz nje
- do ω-jdžbe dolazimo eliminacijom χ iz jdžbi (1) → str. 41 i (2) → str. 42 : $(1)/\frac{p}{R}\frac{\partial}{\partial p} + (2)/\nabla_p^2$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega = \underbrace{\frac{f}{\sigma}\frac{\partial}{\partial p}\left[\vec{V}_g\cdot\nabla_p(\zeta_g + f)\right]}_{A} + \underbrace{\frac{R}{p\sigma}\nabla_p^2\left(\vec{V}_g\cdot\nabla_p T\right)}_{B}}$$

~ TRADIC. OBLIK

- promatrajmo ω na jednoj plohi i ~~pp~~ da on na toj plohi varira te mu radi lakše interpretacije pridijelimo lijepu pravilnu tripeiodičnu sinusnu oscilaciju : $\omega = \omega_0 \sin kx \sin ly \sin mp$

  k, l, m ... valni brojevi po x, y, p

  $\Rightarrow \nabla^2\omega = -\left(k^2 + l^2 + \frac{f^2}{\sigma}\right)\omega \sim -\omega \sim w$

$\Rightarrow$ pozitivna vrijednost fje prisile će uzrokovati uzlazna, a negativna silazna gibanja!

- član (A) $\equiv \frac{f}{\sigma}\left[\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p}\cdot\nabla_p(\zeta_g+f)+\vec{V}_g\cdot\nabla_p\frac{\partial \zeta_g}{\partial p}\right]$

- član (B) $\approx \frac{f}{\sigma}\left[\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p}\cdot\nabla_p\zeta_g-\vec{V}_g\cdot\nabla_p\frac{\partial \zeta_g}{\partial p}\right]$ +

$$\boxed{\left(\nabla_p^2+\frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega\approx 2\,\frac{f}{\sigma}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p}\cdot\nabla_p\zeta_g} + \frac{f}{\sigma}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial p}\cdot\nabla_p f$$

$\hookrightarrow$ OK za srednju i višu troposferu

Sutcliff-ov član jer je on uključio na varijant advekcije geostrof. vrtložnosti termalnim vjetrom za ciklogenezu

- može i pomoću $\vec{Q}$ vektora (DM III):

$$\boxed{\left(\nabla_p^2+\frac{f^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\right)\omega=-2\nabla_p\cdot\vec{Q}}$$