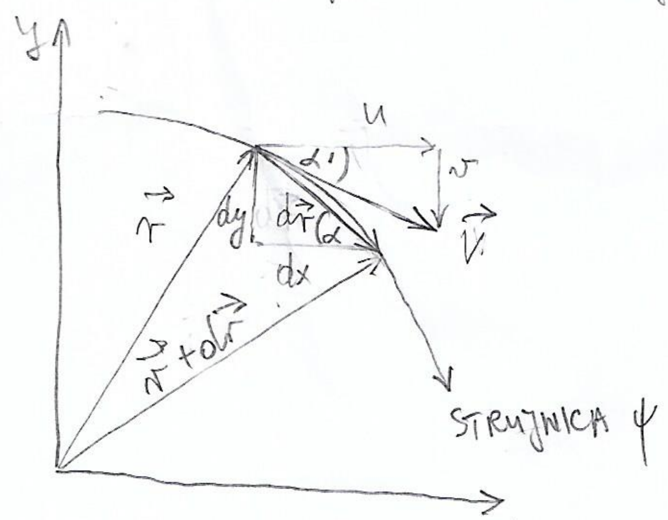
HORIZONTALNE STRUJNICE I TRAJEKTORIJE

- npr da je gibanje horizontalno ⇒ tada se vektor vjetra $\vec{V}$ može prikazati na 2 načina:
  (1) pomoću iznosa brzine V i smjera β ; $V = |\vec{V}|$
  (2) pomoću komponenata $u(x,y)$ i $v(x,y)$



- STRUJNICA ≡ linija duž koje je strujna fja ψ konstantna tj. $\psi(x,y) = const$ i duž koje je zadovoljen uvjet:

$$\boxed{\vec{V} \times d\vec{r} = d\vec{r} \times \vec{V} = 0}$$

⇒ $\vec{V}$ i $d\vec{r}$ su paralelni!

- to znači da kutevi α i α' moraju biti jednaki!

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha' = \frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} \Rightarrow \boxed{\frac{dx}{dy} = \frac{u}{v}}$$

⇒ strujnice su linije na koje je u svakoj točki vektor vjetra tangencijalan

- totalni diferencijal strujne f-je: $d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy$
- budući da je duž strujnice $\psi = const \Rightarrow d\psi = 0 \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0$

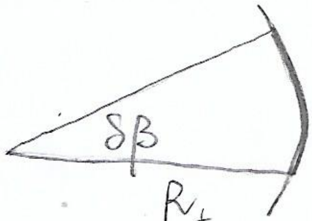
$$\Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = -\frac{\partial \psi}{\partial y} dy \Rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{-\frac{\partial \psi}{\partial y}}{\frac{\partial \psi}{\partial x}} = \frac{u}{v} \Rightarrow \boxed{u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}} \; ; \; \boxed{v = \frac{\partial \psi}{\partial x}}$$

- strujnice po definiciji predstavljaju sliku strujanja zraka na promatranoj hor. domeni u određenom trenutku!
- TRAJEKTORIJA (STAZA, PUTANJA) ≡ krivulja uzastopnih položaja čestice zraka
- individualna promjena položaja čestice u (x, y) se može prikazati jdžbama:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \quad \text{ili} \quad \frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{d\beta}{ds} V = V \cdot \frac{1}{R_t} = V K_t$$

preko smjera

zakrivljenost trajektorije



$$\delta s = R_t \delta\beta \Rightarrow \lim_{\delta s \to 0} \frac{\delta\beta}{\delta s} = \frac{d\beta}{ds} = \frac{1}{R_t}$$

R_t ... radijus zakrivljenosti trajektorije

- rastav na lokalni i advektivni član:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial \beta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla\beta = V K_t$$

- ako stvar promatramo u sustavu strujnice koja ima jedinični vektor $\vec{s}_0$, onda je i sam vjetar, a i njegove hor. promjene u smjeru $\vec{s}_0$

$$\vec{V} = V \vec{s}_0 \; ; \; \nabla\beta = \frac{\partial \beta}{\partial s}\vec{s}_0 \Rightarrow \vec{V} \cdot \nabla\beta = V \frac{\partial \beta}{\partial s}, \text{ a tu je } \frac{\partial \beta}{\partial s} = \frac{1}{R_s} = K_s$$

R_s ... radijus zakrivljenosti strujnice ; K_s ... zakrivljenost strujnice

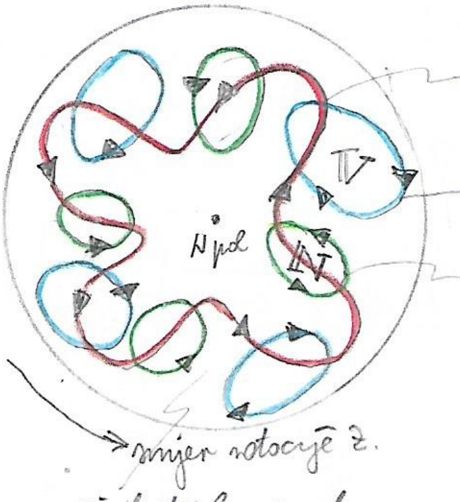
$$\Rightarrow \frac{\partial \beta}{\partial t} + V K_s = V K_t \Rightarrow \frac{\partial \beta}{\partial t} = V(K_t - K_s) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \beta}{\partial t} = V\left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{R_s}\right)}$$

→ BLATON-ova FORMULA

- u umjerenim širinama barički se sustavi gibaju od W → E zbog zonal- ne struje brzinom $\vec{c}$.

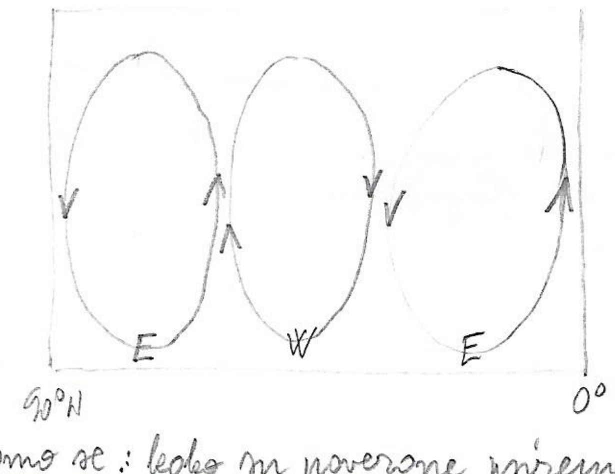
III.4.7. PRIZEMNI BARIČKI SUSTAVI I VISINSKI VALOVI OCA-E

- pod OPĆOM ATMOSFERSKOM CIRKULACIJOM (OCA) podrazumijeva se cjelokupnost osnovnih oblika hor. i vert. gibanja pomoću kojih se ostvaruje razmjena zr-a, energije (topline) u atmosferi
- prilikom promatranja OCA-e gledamo velike skale
- oblici OCA-e u uskoj su vezi s rotacijom Zemlje i diferencijalnim zagrijavanjem
- oni su valnog karaktera koji je sve izraženiji s visinom
- pogledajmo N hemisferu:



- strujnice toka na srednjim i većim visinama ⇒ dugi Rossbyevi valovi (ima ih 4-6)
- A bliže Z. površine, nalaze se bliže ekvatoru
- C bliže Z. površine, nalaze se bliže polu
- kao posljedica ovakvog razmještaja C i A blizu površine, pušu NE vjetrovi (pasati) (ekvator), W strujanje obilježava srednje širine, a E strujanje obilježava više širine
- J jezici toplog zraka ispred i hladnog iza C-a

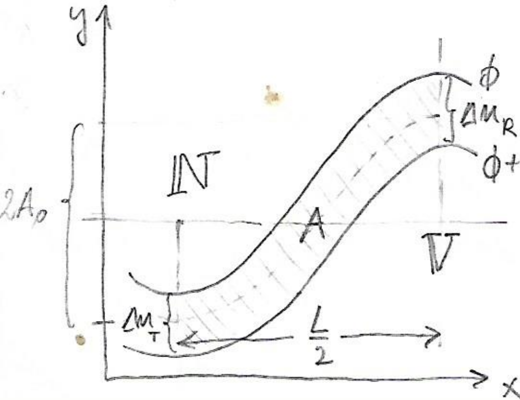
- u vertikalnom presjeku ćemo opaziti cirkulacijske ćelije preko kojih se vrši razmjena topline ⇒ smanjuju se kontrasti između ekvatora i pola



E... istočno strujanje
W... zapadno strujanje

- pitamo se: kako su povezane prizemne i visinske baričke formacije?

⇒ odgovor na to će nam dati promatranje pojednostavljenog prikaza visinskog valnog strujanja i definicije srednje divergencije preko individualne promjene hor. površine u vremenu: $\boxed{\bar{\delta} = \frac{1}{A}\frac{dA}{dt}}$



- ~~ak~~ da je gibanje gradijentsko ⇒ ono je stacionarno ($\frac{dV}{dt}=0$) i djeluju sve 3 sile (centrifugalna, Coriolisova i sila grad. tlaka)

jdbe gibanja u PKS:

$s \ldots \frac{dV}{dt} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial s}\right)_p$

$n \ldots \frac{V^2}{R} = -fV + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_p$

⇒ $KV^2 = -fV + \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta n}\right)_p$ ⇒ to znači da su izolupse ujedno i strujnice, a lokalno i trajektorije

centrifuga, Coriolis, sila grad. tlaka

K... zakrivljenost putanje (trajektorije); $K \to K_t$

Δn... horizontalna udaljenost između izolupsa ($\Delta n_T \to$ na osi doline, $\Delta n_R \to$ na osi grebena)

V... brzina vjetra

$\Delta\Phi$... razlika geopotencijala između 2 susjedne izolupse

- mogu reći da je: $A \approx \frac{\Delta n_R + \Delta n_T}{2}\cdot\frac{L}{2}$
- promjena površine A mora zadovoljavati 2Δ slučaj zakona očuvanja volumena

$$\frac{dA}{dt} = V_R\Delta n_R - V_T\Delta n_T$$

to sada u $\bar{\delta}_A$

- ako pp da je $V_R = V_T = V$ ⇒ $\frac{dA}{dt} = V(\Delta n_R - \Delta n_T)$

$$\Rightarrow \bar{\delta}_A = \frac{1}{A}\frac{dA}{dt} = \frac{1}{\frac{L}{4}(\Delta n_R + \Delta n_T)}\cdot V(\Delta n_R - \Delta n_T) \Rightarrow \boxed{\bar{\delta}_A = \frac{4V}{L}\frac{\Delta n_R - \Delta n_T}{\Delta n_R + \Delta n_T}}$$

- iz jdžbe gibanja: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta n} = V(KV+f) \Rightarrow \Delta n = \frac{\Delta\Phi}{V(KV+f)}$

$$\Rightarrow \bar{\delta}_A = \frac{4V}{L}\,\frac{\frac{\Delta\Phi}{V(K_RV+f_R)} - \frac{\Delta\Phi}{V(K_TV+f_T)}}{\frac{\Delta\Phi}{V(K_RV+f_R)} + \frac{\Delta\Phi}{V(K_TV+f_T)}} = \frac{\frac{K_TV+f_T-(K_RV+f_R)}{V(K_RV+f_R)(K_TV+f_T)}}{\frac{K_TV+f_T+K_RV+f_R}{V(K_RV+f_R)(K_TV+f_T)}}\cdot\frac{4V}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\delta}_A = \frac{4V}{L}\left[\frac{f_T - f_R + V(K_T - K_R)}{f_T + f_R + V(K_T + K_R)}\right]}$$

- u ovom našem sustavu (x,y) ove strujnice se mogu prikazati kao:

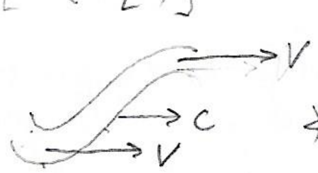
$$y = A_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x-ct}{L}\right)\right]$$

; A_0... amplituda strujnice
c... brzina gibanja strujnice

⇒ $\frac{d^2y}{dx^2}$ daje zakrivljenost strujnica na valnim krijestama (grebenu/dolini)

$$\frac{dy}{dx} = A_0\frac{2\pi}{L}\cos\left[2\pi\left(\frac{x-ct}{L}\right)\right] \quad ; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{L^2}A_0\sin\left[2\pi\left(\frac{x-ct}{L}\right)\right]$$

⇒ $K_s = \frac{1}{R_s} = \pm\frac{4\pi^2}{L^2}A_0$ → na osi doline (K_{sT}) → na osi grebena (K_{sR})



- budući da smo na krijesti, $\psi = 0 \Rightarrow \cos\psi = 1$; $\measuredangle(\vec{V},\vec{c}) = 0$
- Blatonova formula: $\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_t}\left(1 - \frac{c}{V}\right) \Rightarrow \boxed{K_t = K_s\frac{V-c}{V}}$

$$\Rightarrow K_{tT} = -K_{tR} = K_{sT}\frac{V-c}{V} \Rightarrow \boxed{K_{tT} = -K_{tR} = \frac{V-c}{V}\frac{4\pi^2}{L^2}A_0}$$

→ nadalje ću ispuštati indeks $t \Rightarrow K_T, K_R \Rightarrow$ zakrivljenosti putanje

- pp li da su brzine na osi grebena i osi doline jednake i iskoristimo li činjenicu da je strujnica sinusoidalnog oblika, jednakost K_T-a i K_R-a po apsolutnoj vrijednosti je opravdana!
- daljnje aproksimacije: $\bar{f} = \frac{f_T + f_R}{2}$

- meridionalna promjena Coriolisovog parametra od osi doline do osi grebena:

$$\beta = \frac{df}{dy} = \frac{\Delta f}{\Delta y} = \frac{f_R - f_T}{2A_0} \Rightarrow f_R - f_T \approx 2A_0\beta \Rightarrow f_T - f_R = -2A_0\beta$$

- to sve sada uvrstimo u zadnji izraz $\bar{\delta}_A$:

$$\bar{\delta}_A = \frac{4V}{L}\left[\frac{-2A_0\beta + V(K_T - (-K_T))}{2\bar{f} + V(\cancel{K_T} + (-\cancel{K_T}))}\right] = \frac{4V}{L}\left[\frac{-\cancel{2}A_0\beta + \cancel{2}VK_T}{\cancel{2}\bar{f}}\right] = \frac{4V}{L}\left[\frac{-A_0\beta + \cancel{V}\cdot\frac{V-C}{\cancel{V}}\frac{4\pi^2}{L^2}A_0}{\bar{f}}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\delta}_A = \frac{4VA_0}{L\bar{f}}\left[(V-C)\frac{4\pi^2}{L^2} - \beta\right]} \rightarrow (*)$$

- mi promatramo baroklinu atmosferu pa ćemo odvojeno promotriti bezdivergentnu razinu ($\bar{\delta}_A = 0$) i divergentnu razinu ($\bar{\delta}_A \neq 0$)
- u prirodnim uvjetima $\bar{f}$ oba slučaja simultano samo na raz. visinama

III.4.7.1. ROSSBYEVI VALOVI NA BEZDIVERGENTNOJ RAZINI

- otprilike na plohi $p = 500$ hPa vrijedi $\bar{\delta}_A = 0$ ⇒ to znači da je izraz unutar [ ] u jedn. $(*) = 0$:

$$(V-C)\frac{4\pi^2}{L^2} - \beta = 0 \Rightarrow V - C = \beta\frac{L^2}{4\pi^2} \Rightarrow \boxed{C = V_L - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}} \; ; \; \boxed{\frac{\beta L^2}{4\pi^2} = V_c} \rightarrow (**)$$

$\Rightarrow C = V_L - V_c$; V_L ... brzina vjetra na bezdivergentnom nivou

BRZINA ROSSBY. VALOVA

V_c ... tzv. kritična brzina vjetra

- Izgrenje: kada $V_L = V_c \Rightarrow C = 0$ ⇒ val se ne giba, stacionaran je

- brzina Rossbyevih valova je veća tamo gdje je brzina vjetra (V_L) veća
- za jednaku brzinu vjetra V_L, C je veći što je valna duljina vala (L) manja ⇒ kraći valovi su brži od dugih
- C kratkih valova teži ka V_L, a C dugih valova je mala, ili 0 (stacionarni) ili < 0 ⇒ gibaju se retrogradno
- najčešće su dugi valovi stacionarni i ima ih 5 oko Zemlje

III.4.7.2. VALOVI U BAROKLINOJ ATMOSFERI KOJA UKLJUČUJE RAZINE S $\bar{\delta}_A \neq 0$

- iz $(**)$: $\frac{\beta L^2}{4\pi^2} = V_L - C \Rightarrow \frac{4\pi^2}{\beta L^2} = \frac{1}{V_L - C} \;/\beta \Rightarrow \frac{4\pi^2}{L^2} = \frac{\beta}{V_L - C}$ ⇒ to u $(*)$:

$$\Rightarrow \bar{\delta}_A = \frac{4VA_0}{L\bar{f}}\left[(V-C)\frac{\beta}{V_L - C} - \beta\right] \Rightarrow \boxed{\bar{\delta}_A = \frac{4VA_0\beta}{\bar{f}L}\left[\frac{V-C}{V_L-C} - 1\right]}$$

V ... brzina vjetra na divergentnoj razini C ... brzina vala
V_L ... -||- bezdivergentnoj -||-

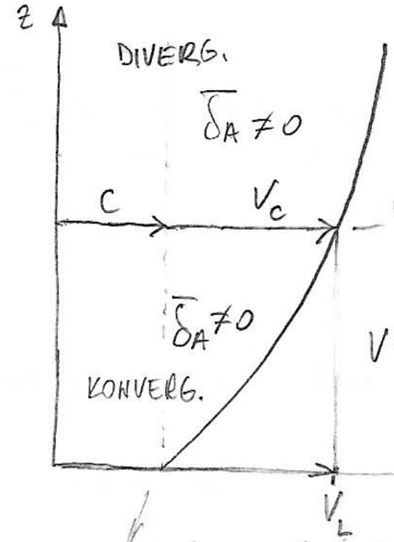
$$\bar{\delta}_A \begin{cases} > 0 \Rightarrow \text{divergencija} \Rightarrow \text{anticiklona} \\ < 0 \Rightarrow \text{konvergencija} \Rightarrow \text{ciklona} \end{cases}$$

- stavimo li: $V_L - C = \frac{\beta L^2}{4\pi^2} \Rightarrow \bar{\delta}_A = \frac{4VA_0\beta}{\bar{f}L}\left[\frac{V-C}{\frac{\beta L^2}{4\pi^2}} - 1\right] = \frac{4VA_0\beta}{\bar{f}L}\left[\frac{4\pi^2}{\beta L^2}(V-C) - 1\right] =$

$$\Rightarrow \bar{\delta}_A = \frac{16A_0\pi^2}{\bar{f}L^3}V\left[V - C - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}\right] = \frac{16A_0\pi^2}{\bar{f}L^3}V\left[V - (C + V_c)\right] \Rightarrow \boxed{\bar{\delta}_A = \frac{16A_0\pi^2}{\bar{f}L^3}V\left[V - V_L\right]}$$

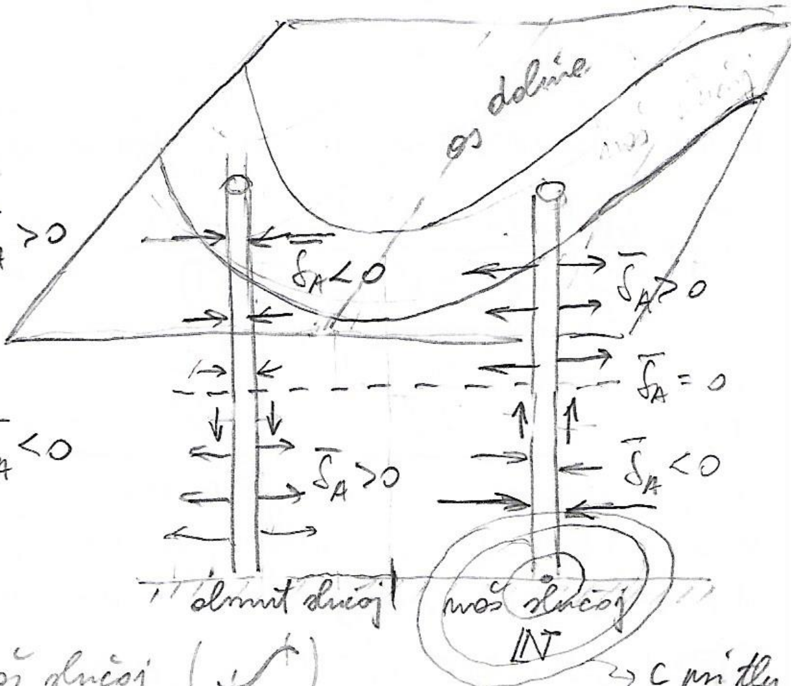
- pogledajmo sada profile:

(A) profil visinskog vjetra:



$V - C > V_c = V_L - C \Rightarrow \bar{\delta}_A > 0$

$V - C < V_c = V_L - C \Rightarrow \bar{\delta}_A < 0$



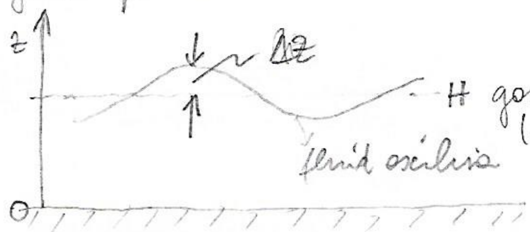
ovo je za slučaj iza osi doline ⇒ naš slučaj

- za slučaj ispred osi doline, raspodjela divergencije po visini je obrnuta

⇒ ispred osi doline ⇒ CIKLOGENEZA, iza osi doline ⇒ CIKLOLIZA

III.4.8. ZAVJETRINSKA CIKLOGENEZA

- potrebno je definirati POTENCIONALNU VRTLOŽNOST
- radit ćemo u XYZ sustavu ⇒ pustimo fluid koji horizontalno struji iznad glatke površine



- PLITKI FLUID ≡ niti jedno hor. svojstvo se ne mijenja po vertikali
- pp ⇒ fluid je plitak i $\rho = \rho_0 = const$
- pravilo kontinuiteta:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{V} = \{\rho = const\} = 0 \Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{V} = 0}$$

$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{V} = \nabla_H \cdot \vec{V} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

- pri tlu $\Rightarrow z = 0 \Rightarrow w = \frac{dz}{dt} = 0$
- na gornjoj granici $\rightarrow w: \frac{d}{dt}(H + \Delta z) = \frac{d(\Delta z)}{dt}$
- ovo je negeostrofički fluid (jer $w \neq 0$) pa vrijedi kvazigeostrofičko pravilo vrtložnosti: $\frac{d}{dt}(\zeta + f) = -(\zeta + f)\nabla_H \cdot \vec{V}$; $\nabla_H \cdot \vec{V} = -\frac{\partial w}{\partial z}$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(\zeta + f) = (\zeta + f)\frac{\partial w}{\partial z} \Big/ \cdot dz \Big/ \int_0^{H+\Delta z}$$

$$\Rightarrow (H + \Delta z)\frac{d}{dt}(\zeta + f) = \int_0^{H+\Delta z}(\zeta + f)\frac{\partial w}{\partial z}dz \Rightarrow (H + \Delta z)\frac{d}{dt}(\zeta + f) = (\zeta + f)\Big[\overbrace{w(H+\Delta z)}^{\frac{d}{dt}(H+\Delta z)} - \overbrace{\cancel{w(0)}}^{0}\Big]$$

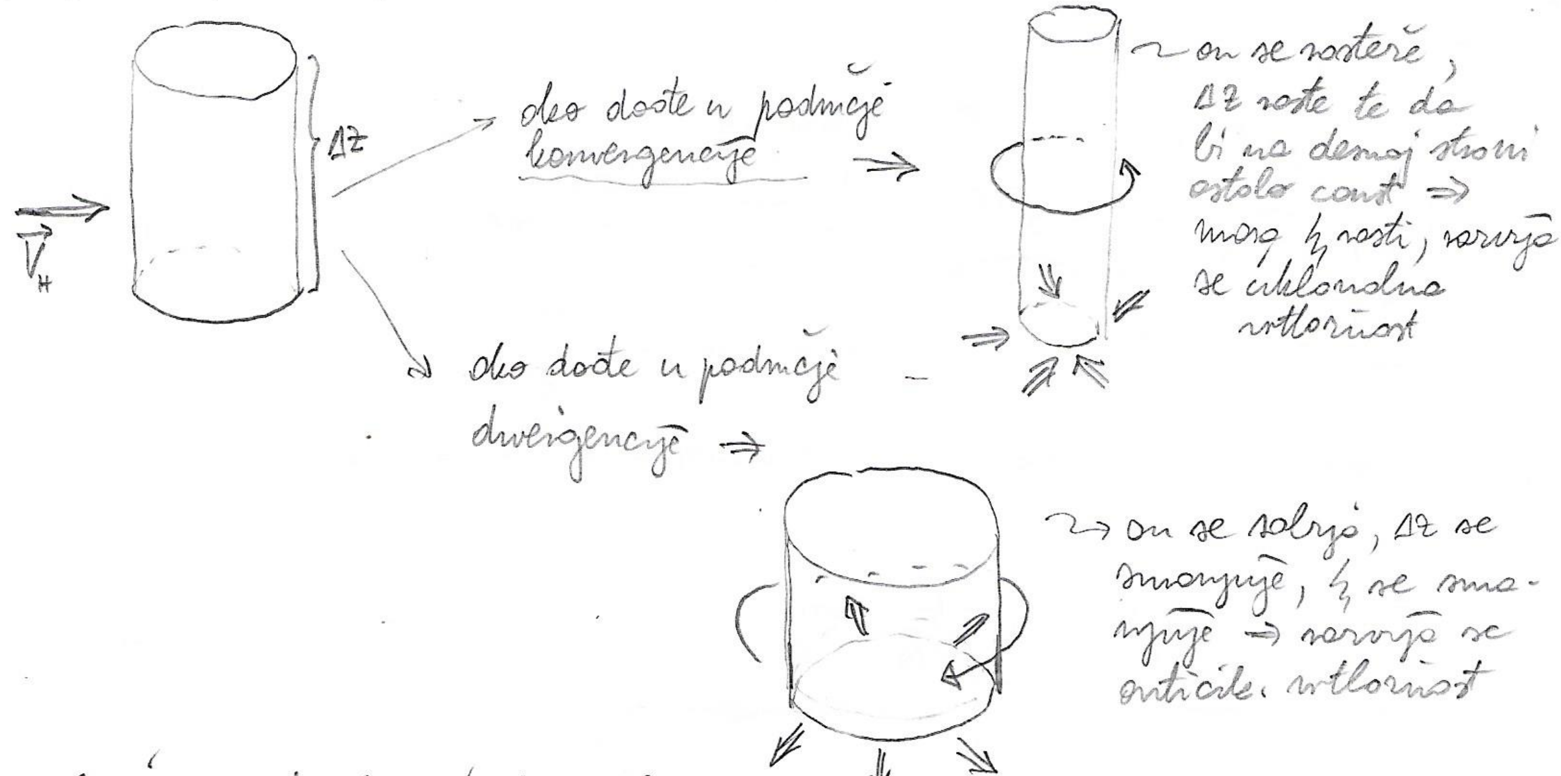
$$\frac{1}{\zeta + f}\frac{d}{dt}(\zeta + f) = \frac{1}{H + \Delta z}\frac{d}{dt}(H + \Delta z) \Rightarrow \frac{d}{dt}\ln(\zeta + f) = \frac{d}{dt}\ln(H + \Delta z)$$

$$\frac{d}{dt}\ln\frac{\zeta + f}{H + \Delta z} = 0 \rightarrow \ln\frac{\zeta + f}{H + \Delta z} = const$$

; budući je $H = const$ mogu ga izbaciti

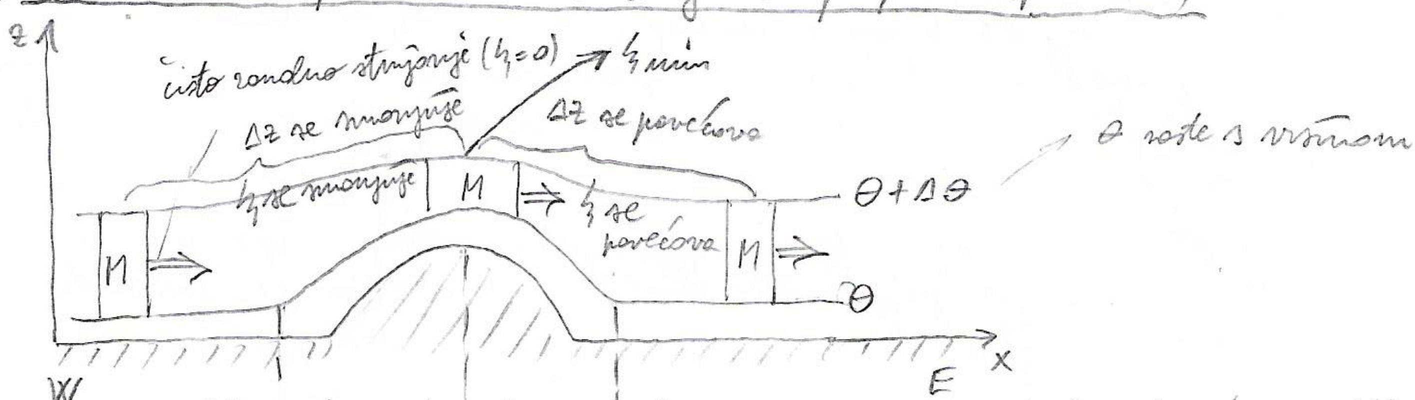
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\zeta + f}{\Delta z} = const} \Rightarrow \text{zakon očuvanja pot. vrtložnosti}$$

- posljedice: promotrimo cilindrični stupac zraka:

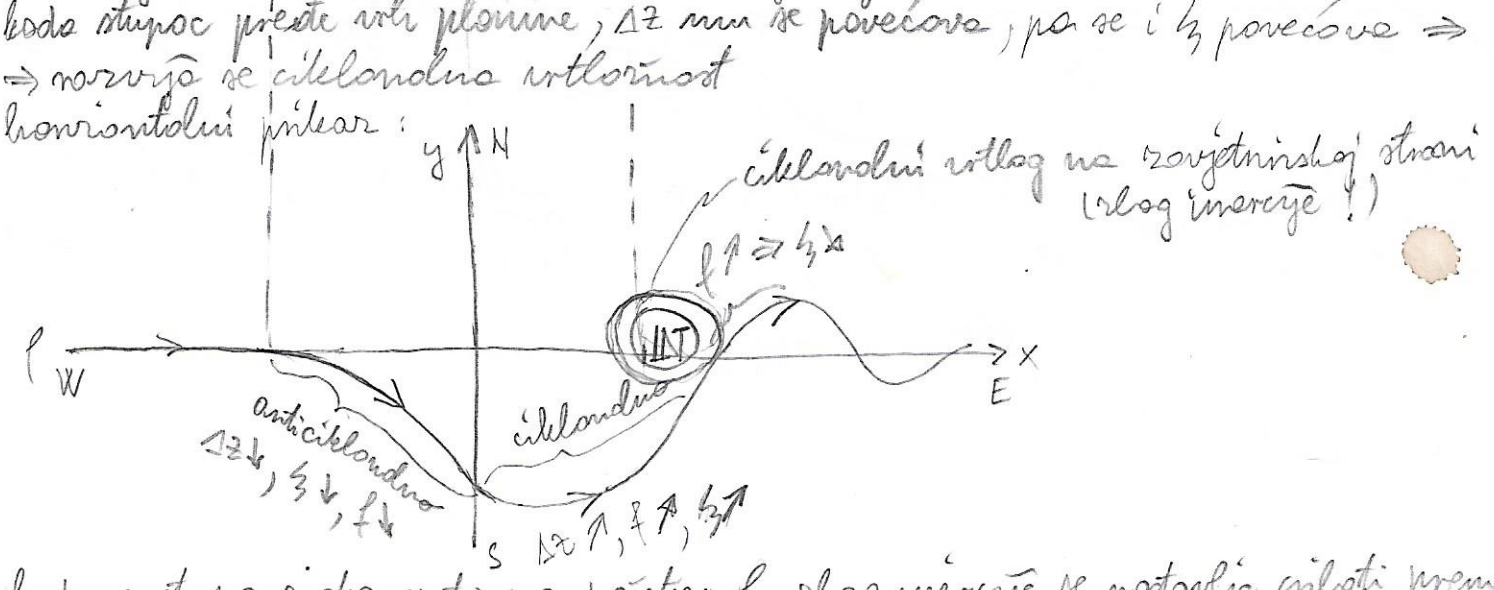


- pogledajmo sada 2 zanimljiva slučaja:

① <u>nailazak čiste zapadne zonalne struje na prepreku (planinu)</u>

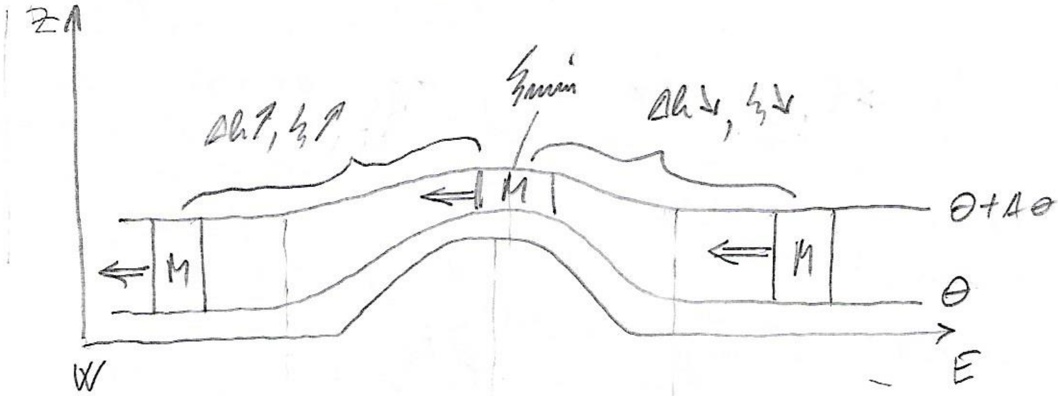


- kod adijabatskog strujanja stupac zraka cijelo vrijeme ostaje između izentropskih ploha
- izentropske plohe pri tlu bolje se pokoravaju topografiji nego one na višim visinama
- kako se stupac zraka penje na planinu, ΔZ mu se smanjuje pa se i ζ smanjuje ⇒ razvija se anticiklonalna vrtložnost (gledajući u hor. ravnini)
- kada stupac prijeđe vrh planine, ΔZ mu se povećava, pa se i ζ povećava ⇒ ⇒ razvija se ciklonalna vrtložnost
- horizontalni prikaz:

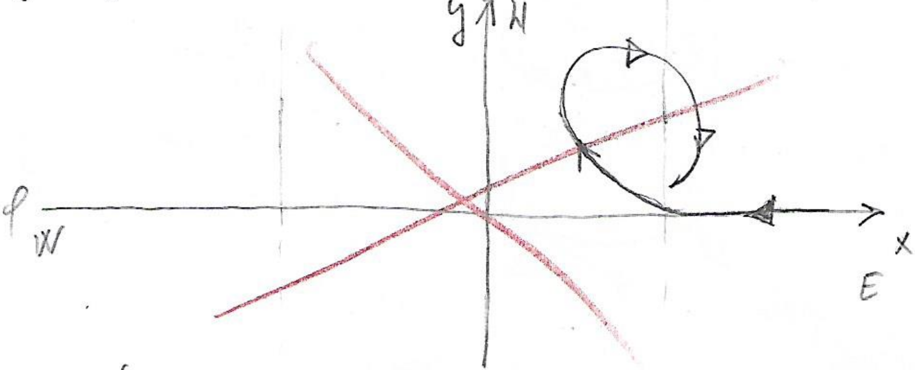


- kada se stupac zraka vrati na početnu f, zbog inercije se nastavlja gibati prema N pa f i dalje raste, što mora biti kompenzirano padom ζ → anticiklonalna

(II) Nailazak čiste istočne struje na prepreku



- pogledajmo kako bi to izgledalo razmatrajući analogno kao i (I):



⇒ penjući se na planinu, Δz stupca se smanjuje ⇒ dakle ζ se smanjuje ⇒ razvija se AC vrtložnost ⇒ istodobno se i f povećava jer f raste, a porast f-a se kompenzira s još većim padom ζ ⇒ to bi dovelo do vraćanja česti na E i teorija pada u vodu ⇒ to nije dobro

- ono što se u stvarnosti dogodi je to da čest zraka „osjeti" prepreku prije nego li naiđe na nju pa već ranije počne razvijati ciklonalno automatski uzrokujući pad f-a