

STATISTIKA

Zadatci – 2023.

Diskretne distribucije

DZ: Odredite tablicu distribucije za broj pisama palih u dva bacanja novcica.

Zadatak 1. Odredite očekivanje i varijancu od

$$X \sim \begin{pmatrix} -5 & 15 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}.$$

Zadatak 2. X i Y su slučajne varijable zadane sljedećom tablicom:

X/Y	-1	0	1
1	0.1	0.2	0
2	0.1	a	0.2

Odredite $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$, $\text{Var } X$, $\text{Var } Y$, $\text{Cov}(X, Y)$ i $\mathbb{E}(2X + 5)$. Jesu li X i Y nezavisne slučajne varijable?

DZ: X i Y su slučajne varijable zadane sljedećom tablicom:

X/Y	-1	0
1	0.1	0.2
2	0.1	a
3	0.4	0

Odredite $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$, $\text{Var } X$, $\text{Var } Y$, $\text{Cov}(X, Y)$, $\mathbb{E}(3X - 5)$ i $\mathbb{E}(4 - 2Y)$. Jesu li X i Y nezavisne slučajne varijable?

Zadatak 3. Student rješava ispit koji se sastoji od 5 pitanja s po četiri ponudjena odgovora, od kojih je jedan točan. Student se nije pripremio za ispit i na svako pitanje odgovara slučajnim odabirom odgovora. Sva pitanja nose po 1 bod, a za prolaz je potrebno skupiti 3 boda.

- Kolika je vjerojatnost da student položi ispit?
- Kolika je vjerojatnost da student padne ispit?
- Koji je očekivani broj bodova koje će student imati?

DZ: Pretpostavimo da se ispit iz prethodnog zadatka sastojao od 10 pitanja te da je za prolaz potrebno a) 40%, b) 50%, c) 60%. Kolika bi bila tada vjerojatnost prolaza?

Zadatak 4. Morske kornjace se izlegnu na obali i potom se upute prema moru. Promatramo jednu kornjacu koja je stradala prije dolaska u more. Svaki se dan, nezavisno od ostalih dana, primicala moru, a vjerojatnost da strada je svaki dan bila ista i iznosila 0.2.

- a) Kolika je vjerojatnost da je kornjaca stradala cetvrti dan nakon rodjenja?
- b) Kolika je vjerojatnost da je kornjaca stradala u prva cetiri dana nakon rodjenja?
- c) Koji je ocekivani broj dana njezinog kretanja kopnom bez stradanja?

DZ: Strijelac gadjja metu strijelom sve dok ne promasi. Pokusaje izvodi nezavisno jedne od drugih. Poznato je da je ocekivani broj bacenih strijela do prvog promasaja 20.

- a) Kolika je vjerojatnost da promasi u prva tri bacanja?
- b) Kolika je vjerojatnost da ne promasi u prvih pet bacanja?

DZ: Ana u laboratoriju uzgaja nekakvu kulturu u 8 razlicitih posudica, nezavisno jednu od druge. Ako se u posudici kroz 24 sata razvije barem 100 stanica te kulture, Ana tu posudicu odvaja za detaljnije promatranje. Vjerojatnost da se to dogodi za neku posudicu iznosi 0.4. Odredi vjerojatnost da Ana odvoji 2 posudice za detaljnije promatranje. Odredi vjerojatnost da Ana odvoji najvise 2 posudice za detaljnije promatranje. Odredi vjerojatnost da Ana odvoji barem 2 posudice za detaljnije promatranje. Odredi vjerojatnost da niti jedna posudica ne razvije 100 stanica te kulture. Odredi ocekivani broj posudica koje ce Ana odvojiti za detaljnije promatranje.

DZ: Ana u laboratoriju uzgaja nekakvu kulturu u posudici. Pokus smatra uspjesnim ako se u posudici kroz 24 sata razvije barem 100 stanica te kulture. Tada uzima promatranu posudicu i detaljnije ju promatra. Ako se to ne dogodi, Ana uzima drugu posudicu i u njoj ponovno radi isti pokus, nezavisno od svih prethodnih. Dakle, Ana staje onda kada dobije posudicu s barem 100 stanica te kulture. Vjerojatnost da posudica razvije barem 100 stanica je 0.4. Odredi vjerojatnost da Ani pokus uspije u drugom pokusaju. Odredi vjerojatnost da Ani pokus uspije u najvise drugom pokusaju. Odredi vjerojatnost da Ani pokus ne uspije u prva dva pokusaja. Odredi ocekivani broj potrebnih posudica da Anin pokus uspije.

DZ: Kosarkas gadjja trice. Vjerojatnost da ubaci je 0.8. Odredi vjerojatnost da od 6 nezavisnih pokusaja, ubaci barem 2 trice. Odredi ocekivani broj ubacaja u 6 nezavisnih pokusaja.

DZ: Kosarkas gadjja trice sve dok ne promasi. Pokusaji su medjusobno nezavisni. Vjerojatnost da ubaci je 0.8. Odredi vjerojatnost da ubaci barem 2 trice. Odredi ocekivani broj bacanja do prvog promasaja.

DZ: X i Y su slucajne varijable zadane sljedecom tablicom:

X/Y	2	3
-1	0.2	0.2
0	0.3	a
1	a	0.1

Odredite $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$, $\text{Var } X$, $\text{Var } Y$, $\text{Cov}(X, Y)$, $\mathbb{E}(-X - 1)$ i $\mathbb{E}(4Y - 2)$. Jesu li X i Y nezavisne slucajne varijable?

Zadatak 5. Ocekivani prinos kukuruza po hektru je 8 tona. Ocekivani prinos psenice je 6 tona po hektru. Cijena kukuruza je 200 eura po toni, a prsenice 230 eura po toni. Koliku ocekivanu zaradu ima Jura koji ce posaditi 10 hehtara kukuruza i 18 hektara psenice?

Zadatak 6. Pri prijavi ispita na studomata vjerojatnost da ce doci do greske u sustavu je 0.01.

- a) Kolika je vjerojatnost da od 6 studenata barem dvoje neuspjesno prijavi ispit?
- b) Koji je ocekivani broj neprijavljenih studenata od 20 prijava?

Diskretne distribucije

Zadatak 7. Neka je $X \sim N(2, 4)$. Odredite $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 3)$.

Zadatak 8. Tezina covjeka je slucajna varijabla $X \sim N(74, 8^2)$.

- a) Koliki je postotak ljudi koji su laksi od 60 kg?
- b) Iznad koje tezine je 5% covjecanstva?

Zadatak 9. Bacamo simetrican novcic 4000 puta. Neka X oznacava broj pisama. Odredite vjerojatnost da je palo vise od 1968, a manje od 2040 pisama.

Zadatak 10. Vjerojatnost da boca soka ima neku nagradu ispod cepa je 0.4. Kolika je vjerojatnost da medju 600 odabranih boca bude najvise 252 nagrade?