

# Numeričko rješavanje ODJ

## Višekoračne metode

### Vježbe

## Zadatak

Odredite konstante  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1$  i  $\beta_2$  tako da poništite što je moguće više članova u Taylorovom razvoju izraza

$$y(x+h) - \alpha_1 y(x) - \alpha_2 y(x-h) - \beta_0 h y'(x+h) - \beta_1 h y'(x) - \beta_2 h y'(x-h).$$

Na diferencijalnoj jednačini  $y' = y, y(0) = 1$  provjerite je li odgovarajuća višekoračna metoda konvergentna.

Objasnite ponašanje metode.

## Zadatak

Na primjeru

$$y' = y, \quad y(0) = 1$$

smo pokazali da metoda

$$y_{i+1} = -4y_i + 5y_{i-1} + 4hf(x_i, y_i) + 2hf(x_{i-1}, y_{i-1})$$

ne konvergira na intervalu  $[0, 1]$ .

Iskoristite istu rekurziju, ali tako da krenete unazad. Za početak iteracija iskoristite  $y_n = e$ , a  $y_{n-1}$  aproksimirajte Eulerovom metodom. Obrazložite ponašanje pogreške u točki  $x = 0$ .

Ponovite isti postupak ali umjesto aproksimacije za  $y_{n-1}$  koristite egzaktnu vrijednost  $y_{n-1} = \exp x_{n-1}$ . Što se dogodilo s pogreškom?

Možete li na osnovu ovoga konstruirati iteracije unaprijed koje će konvergirati za danu diferencijalnu jednadžbu?

## Zadatak

Provjerite stabilnost rekurzije dobivene metodom izvedene iz pravila srednje točke i Simpsonovog pravila ako ih primijenimo na inicijalni problem:

$$y' = 0, \quad y(0) = 0.$$

## Zadatak

Zadana je metoda

$$y_{i+1} = \frac{1}{2}(y_i + y_{i-1}) + \frac{h}{4} [4y'_{i+1} - y'_i + 3y'_{i-1}], \quad i \geq 1,$$

gdje je  $y'_i = f(x_i, y_i)$ . Nađite vodeći član u pogrešci odsjecanja.