

Monte Carlo simulacija protojata galaksija u COSMOS pregledu neba

Neven Tomičić

Fizički odsjek, Prirodoslovno-Matematički Fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Bijenička cesta 32, HR-10000 Zagreb, Hrvatska

Mentorica: doc. dr. sc. Vernesa Smolčić

30.1.2015

Sažetak

Jata tj. skupovi galaksija su veliki virializirani skupovi galaksija čiji udio ukupne mase čine galaksije (oko 5% mase), međuklasterski medij (oko 10% mase) i tamna tvar (do 85% mase). Te strukture su nastale iz protojata galaksija. Protojato je rani oblik jata sa manje galaksija i sa uočenom većom gustoćom broja galaksija u odnosu na ostale dijelove promatranog neba. U središtu protojata se učestalo opažaju tzv. pod-milimetarske galaksije ili neki drugi oblici masivnih aktivnih galaksija. Cilj ovog rada jest simuliranje protojata galaksija na različitim crvenim pomacima ($z=2, 3, 4$ i 5), pomoću Monte Carlo simulacije, prateći Chiang et al. (2013) i uzimajući u obzir pogreške fotometrijskih crvenih pomaka (naspram spektroskopskih crvenih pomaka) specifičnih za COSMOS pregled neba. Simuliranjem velikog broja protojata različitih tipova (Coma, Fornax i Virgo, prema Chiang et al.), kvantificirali smo karakteristike metode traženja protojata u COSMOS pregledu neba, poput potpunosti, kontaminacije, gustoće broja i efektivnog radijusa, te njihovo ponašanje za različite tipove protojata i crvene pomake. Također smo izveli metodu traženja protojata pomoću Voronoi dijagrama i metode određivanja ponašanja diferencijalnog viška gustoće (kojem je mjera δ_g) u ovisnosti o udaljenosti od središta protojata. Rezultati pokazuju da potpunost protojata blago raste u odnosu na crveni pomak, dok kontaminacija očekivano raste sa udaljenosti od središta protojata. Izračunati efektivni radijusi naših simuliranih protojata se ne podudaraju sa efektivnim radijusima protojata, izračunatim u Chiang et al. (2013). Unatoč tom nepodudaranju, unutar naših efektivnih radijusa nalazi se 45-65% galaksija protojata, što je sukladno rezultatima Chiang et al. (2013). Objašnjenje za razlike među radijusima nalazimo u tome, da u našim simulacijama nismo uzeli u obzir raspodjelu mase u protojatima, već smo pretpostavili da sve galaksije imaju istu masu, što može značajno utjecati na izračun efektivnog radijusa.

Ključne riječi: protojata ili protoskupovi galaksija, Monte Carlo simulacija, pod-milimetarske galaksije, galaksije u polju, efektivni radijus, δ_g , višak gustoće, Voronoi teselacija, kontaminacija, potpunost.

1 Uvod

Grupe galaksija (*engl. galaxy group*) su strukture od malog broja (ne više od 50) gravitacijski vezanih galaksija u promjeru do 2 Mpc^1 (Megaparseka), luminozitetu $L \sim 2 \times 10^{10} L_{\odot}^2$, i mase do $10^{14} M_{\odot}^3$ (Sparke & Gallagher 2007). Nasumična brzina galaksija u grupi, naspram brzine grupe je oko 150 km/s ([33], Wilman et al. 2005). Jata ili skupovi galaksija (*engl. galaxy cluster*) su najveće poznate gravitacijski vezane skupine galaksija u svemiru (Voit 2005). Jata sadrže od 50 do više stotina i tisuća galaksija, te su virializirana (galaksije leže u gravitacijskom potencijalu, gdje se u središtu jata nalaze masivnije galaksije; Sparke & Gallagher 2007; Chiang et al. 2013; Rigby et al. 2013; Hatch et al. 2011a). Zbog velikih relativnih brzina naspram brzine jata ($200\text{-}1000 \text{ km/s}$; Struble et al. 1999; Rigby et al. 2013), model galaktičkih jata nije moguće reproducirati ukoliko se ne doda još mase u sustav, koja bi gravitacijski jače vezala jato galaksija. Promatranjem ili simulacijama je otkriveno da većinu barionske mase u jatu čini plin u prostoru između galaksija unutar jata (međuklusterski medij, *engl. intracluster medium* ili ICM), čiji udio u ukupnoj

masi jata može biti i do dva puta veći od galaktičkih (Sparke & Gallagher 2007). Taj plin je visokih temperatura (do 10^8 K) koji zrači svjetlost u rendgenskom području, te utječe na galaksije u jatu (Sparke & Gallagher 2007). Tamna tvar (*Dark Matter, DM*) igra važnu ulogu jer čini i do 85% ukupne mase jata (Markevitch, Gonzalez et al. 2004; Giodini et al. 2009). U modelu svemira, lambda hladne tamne tvari (*engl. Lambda cold dark matter, Λ CDM*), smatra se da su te strukture nastale iz protojata galaksija.

Protojato (*engl. proto-cluster, PC*) jest predak (*engl. progenitor*) jata galaksija, tj. nevirializirani skup galaksija koji još nije postao jato, ali će se s vremenom razviti u njega zbog gravitacijskog djelovanja. Protojata većinom očekujemo na crvenom pomaku (*engl. redshift, z*) $2 \lesssim z \lesssim 7$, tj. u epohi svemira kada je svemir bio mlađi od 3 milijarde godina. Te strukture su uočene zbog veće koncentracije galaksija u odnosu na okruženje, koja se mjeri pomoću broja gustoće (*engl. number density*). Disperzija brzine galaksija protojata varira između 100 i 1000 km/s (Toshikawa et al. 2012; Kubo et al. 2015; Kurk et al. 2004). Na Slici 1 se nalazi shematski prikaz evolucije jata. Hijerarhijski rast protojata može potaknuti spajanje (*engl. mergers*), pojačano stvaranje novih zvijezda unutar galaksija, što potiče stvaranje sjajnih i aktivnih galaksija. U središtima protojata je uočena prisutnost aktivnih ga-

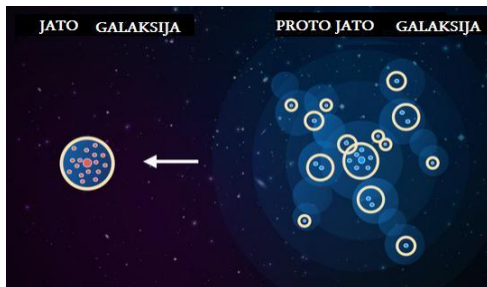
¹ $1 \text{ Mpc} = 3.09 \times 10^{22} \text{ m}$, Sparke & Gallagher (2007)

² $L_{\odot} = 3.86 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ ili $3.86 \times 10^{26} \text{ W}$, Sparke & Gallagher (2007)

³ $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$, Sparke & Gallagher (2007)

laktičkih jezgara (*engl. Active galactic nucleus, AGN*; Lehmer et al. 2009) i gustih, sjajnih galaksija, vatrometnih galaksija (radaonica mladih zvijezda, *engl. starburst galaxies*), koje se nazivaju pod-milimetarskim galaksijama (*engl. submillimeter galaxy, SMG*; Capak et al. 2011; Riechers et al. 2014; Digby-North et al. 2010). Otkriveno je da masivni halo DM nisu predispozicija za stvaranje jata, te ključnu ulogu igra distribucija materije u protojatu (Angulo et al. 2012).

Cilj ovog rada jest, Monte Carlo simulacijom generirati protojata na različitim crvenim pomacima i različitim tipova, kako bi se odredile karakteristike nedostataka metode traženja protojata na nebu. Koristili smo fotometrijska opažanja Cosmic Evolution Survey-a⁴ (COSMOS) pregleda neba (Scoville et al. 2007). Kada promatrač traži protojata na nebu, koristi razne metode kao što su Voronoi teselacija (dijagram koji pokazuje grupiranost galaksija na nebu) i metoda traženja δ_g (mjera viška gustoće galaksija na nebu). Najveći problem na kojeg promatrač nailazi (dok koristi fotometrijska opažanja) jest taj da ne može odrediti koje galaksije pripadaju traženom protojatu, a koje pripadaju galaksijama u polju (*engl. field galaxies*). Galaksije u polju su one koje ne pripadaju protojatima. Također, zbog promatračevog odabira raspona crvenih pomaka, nije u stanju reći koliki broj galaksija protojata on vidi, a koliko galaksija protojata ne vidi (jer im je crveni pomak izvan odabranog raspona). Zbog nedostatka tih informacija, on nije u stanju odrediti npr. efektivni radijus protojata. S obzirom da poznamo detalje simulacije protojata, tako možemo reći koji udio broja galaksija protojata leži unutar raspona crvenog pomaka (tj. znamo kvantificirati kompletnost protojata) te koje od simuliranih galaksija jesu članovi protojata, a koje su galaksije u polju (tj. znamo kolika je kontaminacija u prostoru protojata). Znajući kompletnost i kontaminaciju te primjenom metode traženja protojata (sa Voronoi teselacijom i δ_g analizom), moguće je odrediti efektivne radijuse protojata na nebu, na različitim crvenim pomacima ($z=2, 3, 4$ i 5) i za različite tipove protojata (Coma, Virgo i Fornax). Za simulaciju protojata smo koristili Monte Carlo metodu.

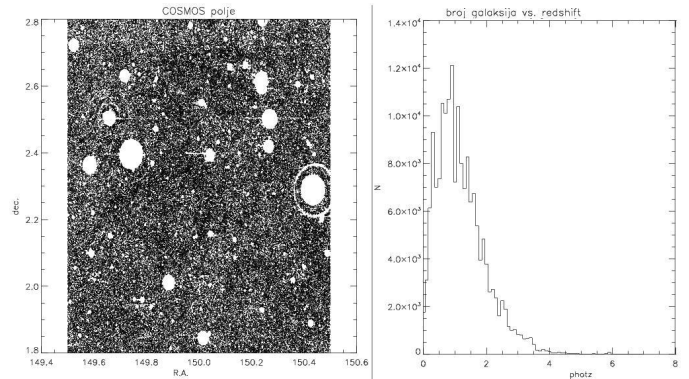


Slika 1: Shematski prikaz razvoja jata. Nevirializirano protojato galaksija (desno) se razvija u virializirano jato (lijevo) u čijem se središtu nalazi masivna galaksija. Slika preuzeta sa <http://www.as.utexas.edu/~ykchiang/>.

Monte Carlo metoda ili Monte Carlo simulacija je široka klasa računalnih algoritama koja ima važnu ulogu u svim područjima računalne fizike. Osnovica metode jest nasumično ponavljanje nekog događaja ili nasumično postavljanje ansambla velikog broja objekata ili događaja, sa ciljem dobivanja nekog numeričkog rezultata ili neke tražene raspodjele (Katzgraber 2011). Ime metode i sama metoda se razvila godine 1940. u Nacionalnom

laboratoriju u Los Alamosu (*engl. Los Alamos National Laboratory*), gdje su je koristili S. Ulam, E. Fermi, J. von Neumann, and N. Metropolis (Anderson, Herbert L. 1986). Zbog upotrebe računala u korištenju velikog broja nasumičnih brojeva, vjerojatno je metoda dobila ime po Monte Carlo kockarnici u Monacu. Metoda se može koristiti u mnogim područjima fizike kao na primjer hidrodinamici (simulacija toka vode, plinova itd.), nuklearnoj fizici (simulacija teških jezgara), te u astronomiji. Monte Carlo metodom moguće je simulirati rotaciju galaksija (Karas & Matt G. 2006), različite utjecaje različitih raspodjela materijala u zvijezdama i galaksijama (Rocha M. et al. 2008), evoluciju skupova zvijezda i jata galaksija (Kriten et al. 2001).

U Odjeljku 2, objašnjen je izvor podataka za generiranje protojata i simuliranje galaksija u polju, te ovisnost između spektroskopskog i fotometrijskog crvenog pomaka. Metoda traženja protojata na nebu (Voronoi teselacija i δ_g metoda) je objašnjena u Odjeljku 3. Simuliranje galaksija u polju i protojata je prikazano u Odjeljku 4. Znajući položaje galaksija u polju i protojata, odredili smo kontaminaciju i kompletnost protojata, te smo određivali statističko ponašanje broja galaksija i površinske gustoće galaksija od središta protojata. Tom spoznajom bili smo u mogućnosti odrediti efektivni radijus protojata. Za svaki tip protojata (Coma, Virgo, Fornax), na svakom crvenom pomaku ($z=2, 3, 4$ i 5) generirano je 15 protojata. Na njima smo u Odjeljku 5, promatrali ovisnost kontaminacije, kompletnosti i efektivnih radijusa o udaljenosti od središta protojata, o crvenim pomacima i o tipu protojata. Diskusija i zaključak slijede u Odjeljku 6.



Slika 2: Prikaz galaksija iz kataloga COSMOS pregleda neba (lijevo). Crnim točkama su označene galaksije, dok su neki dijelovi slike (kružni oblici koji predstavljaju zvijezde i sjajna područja neba) izbačeni zbog kontaminiranosti podataka. Raspodjela broja galaksija u odnosu na crveni pomak je prikazana desno.

2 Podaci

Metoda simuliranja protojata i galaksija u polju (opisana detaljno u Odjeljku 3) se bazira na pridruživanju triju vektora pozicija svakoj simuliranoj galaksiji (vektor deklinacije, vektor rektascenzije i vektor crvenog pomaka) sa nasumičnim vrijednostima. Da bi se te tri varijable precizno mogle simulirati, opisujući podatke u COSMOS polju, potrebno je poznavati:

1. raspodjelu površinske gustoće galaksija na danom crvenom pomaku
2. preciznost fotometrijskog crvenog pomaka (z_{phot}) u COSMOS polju

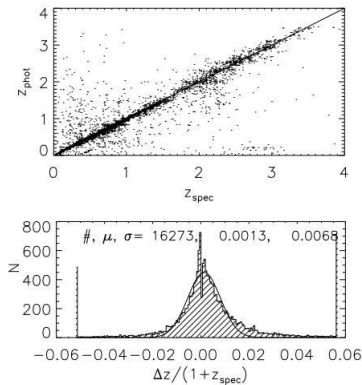
⁴<http://cosmos.astro.caltech.edu/>

3. stvarne disperzije brzina galaksija u protojatom

Sve simulacije i obrade slika smo radili u programskom jeziku IDL⁵.

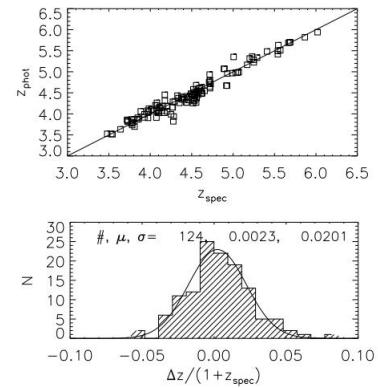
Da bismo odredili distribuciju površinske gustoće na danom crvenom pomaku, u COSMOS polju, koristili smo COSMOS katalog fotometrijskih crvenih pomaka (Ilbert et al. 2013). U katalogu su dane vrijednosti položaja (rektascenzija i deklinacija) galaksija u polju i pripadajućih crvenih pomaka. Pomoću tih informacija, odredili smo broj površinske gustoće galaksija u polju na određenim crvenim pomacima (Slika 2), koje smo koristili kao osnovu za simulaciju.

Da bismo odredili preciznost fotometrijskog crvenog pomaka, usporedili smo fotometrijske crvene pomake iz gore navedenog kataloga sa dostupnim spektroskopskim crvenim pomacima u COSMOS polju (Salvato et al., u pripremi; Smolčić, Karim et al. 2014). Spektroskopski crveni pomak (z_{spec}) jest crveni pomak određen pomoću spektralnih linija, te je precizniji od fotometrijskog crvenog pomaka. Fotometrijski crveni pomak (z_{phot}) se određuje pomoću sjaja galaksije u različitim valnim pojasevima. Iako je fotometrijska metoda određivanja crvenog pomaka manje precizna, ona je brža i jednostavnija u određivanju crvenog pomaka velikog broja galaksija.



Slika 3: Usporedba spektroskopskog (z_{spec}) i fotometrijskog (z_{phot}) crvenog pomaka za $z < 3.5$ (u gornjem dijelu). Linija prikazuje omjer između dva crvena pomaka 1:1. U donjem dijelu je prikazana $\Delta z / (1 + z_{spec})$ raspodjela. Na raspodjelu je prilagođen Gaussian. Na donjem grafu su označeni: broj izvora (16 273), srednja vrijednost raspodjele i standardna devijacija $\sigma_{\Delta z / (1 + z)}$. Slika je preuzeta iz Smolčić, Miettinen et al. (2014, u pripremi).

Uspoređeni su fotometrijski i spektroskopski crveni pomaci od 16 237 galaksija za $z < 3.5$ i 124 galaksija za $z > 3.5$ (Slike 3 i 4; Smolčić, Miettinen et al. 2014; Ilbert et al. 2013) u COSMOS polju. Na Slikama 3 i 4 prikazana je $\Delta z / (1 + z_{spec})$ raspodjela, gdje Δz predstavlja razliku spektroskopskih i fotometrijskih crvenih pomaka. Za standardnu devijaciju tih distribucija dobivene su: $\sigma_{\Delta z / (1 + z)} = 0.0066$ (za $z < 3.5$, Slika 2), i $\sigma_{\Delta z / (1 + z)} = 0.02$ (za $z > 3.5$, Slika 4). Ove vrijednosti predstavljaju pogrešku u ovisnosti o $1 + z$ fotometrijskog crvenog pomaka, u COSMOS polju. Za Monte Carlo simulaciju smo koristili sljedeće vrijednosti: $\sigma_{\Delta z / (1 + z)} = 0.007$ (za $z < 3.5$) i $\sigma_{\Delta z / (1 + z)} = 0.02$ (za $z > 3.5$). Ovo je glavni doprinos ukupnoj pogrešci koja može uzrokovati sistemske efekte pri traženju protojata u COSMOS polju (detaljnije opisano u sljedećem Odjeljku).



Slika 4: Isto kao Slika 2, samo za galaksije sa crvenim pomacima $z > 3.5$. Na donjem grafu su označeni: broj izvora (124), srednja vrijednost raspodjele i standardna devijacija $\sigma_{\Delta z / (1 + z)}$. Slika je preuzeta iz Smolčić, Miettinen et al. (2014, u pripremi).

Naposljetku, kako je već navedeno u Odjeljku 1, disperzija brzine galaksija protojata ($\sigma_{v_{los}}$, gdje je v_{los} brzina u smjeru gledanja, *engl. velocity in line of sight*) je u rasponu od 100-1000 km/s. v_{los} je direktno vezana sa crvenim pomakom preko relacije:

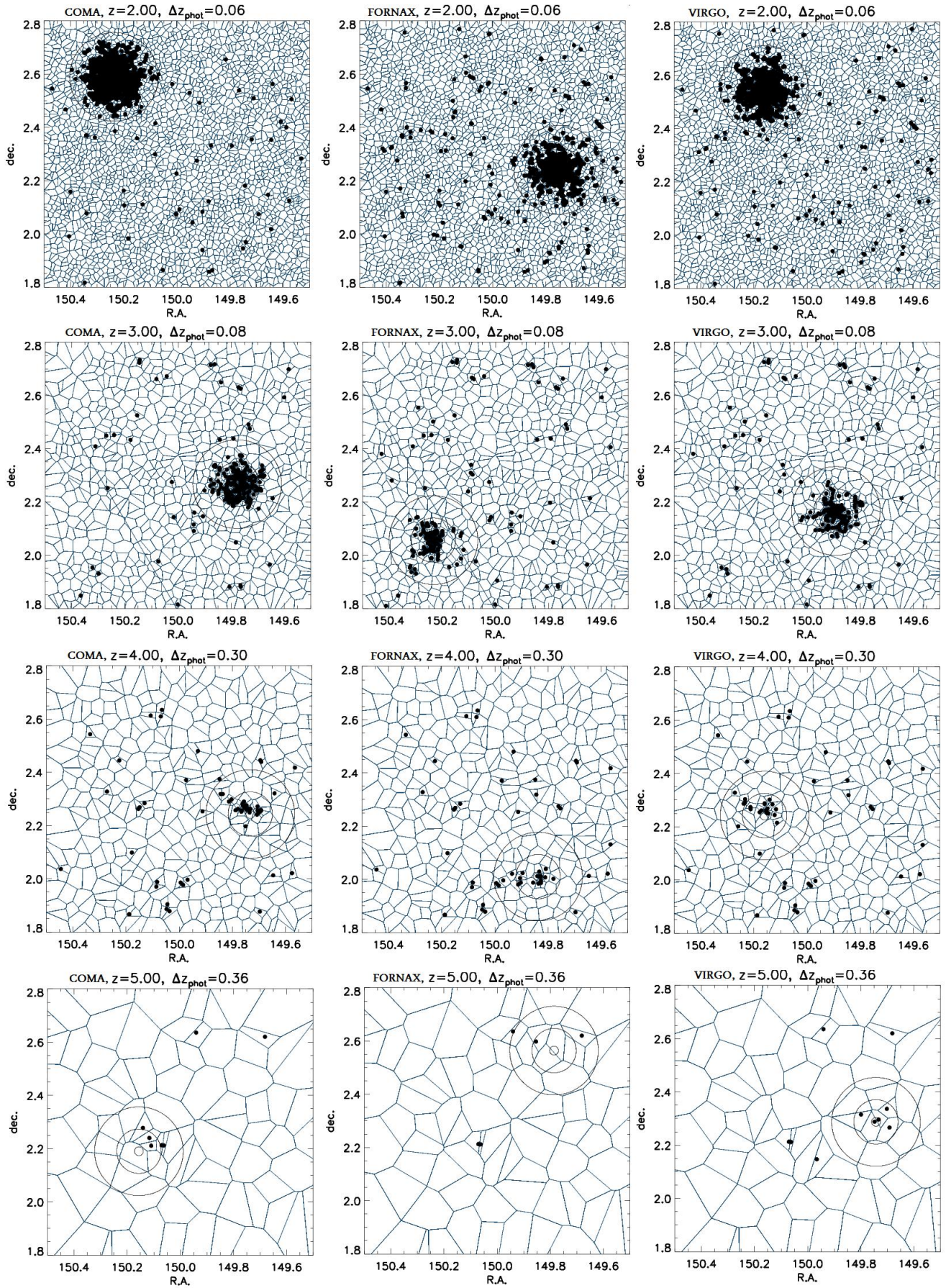
$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v_{los}}{c}}{1 - \frac{v_{los}}{c}}} \quad (1)$$

gdje je c brzina svjetlosti. Disperzija brzina, rasprši crvene pomake galaksija, što smo također uzeli u obzir u našoj simulaciji. Za v_{los} galaksija u protojatu, definirali smo vrijednosti između 200 km/s i 800 km/s.

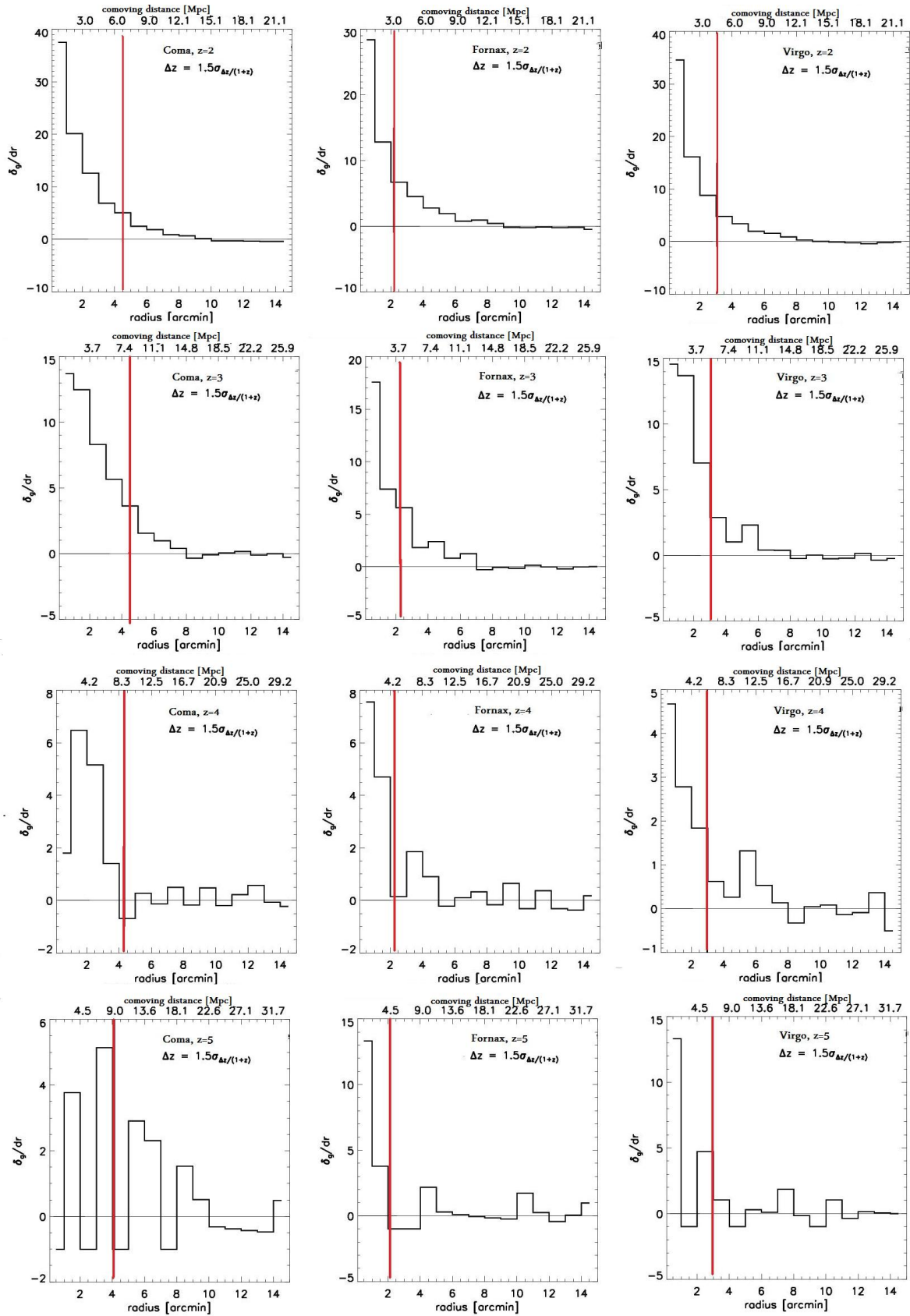
3 Metoda traženja protojata u COSMOS polju

Kako bi promatrač detektirao jata i grupiranje galaksija, koristi različite metode poput “*box count*” (Lidman & Peterson 1996), “*matched filter*” (Postman et al. 1996), Voronoi teselacije i druge. U ovom radu, za određivanje grupiranja galaksija i identifikiranje područja sa povećanom gustoćom galaksija, koristili smo metodu koja se temelji na postupku Voronoi teselacije (*engl. Voronoi Tessellation*). Metoda teselacije je sljedeća: ploha (u slučaju ovog rada, radi se o dvodimenzionalnoj plohi), koja sadrži proizvoljno razmješten set točaka tkz. generatora (*engl. Voronoi generators* ili *seeds*), se podjeli u mnogokute tako da svaki mnogokut (tzv. Voronoi ćelija, *engl. Voronoi cell*) sadrži isključivo jednu definiranu točku. Pritom je svaka stranica mnogokuta jednako udaljena od dviju točaka koje razdvaja, a svaki čvor Voronoi mreže jednako je udaljen od tri najbliže točke. Sve točke u prostoru, unutar ćelija su najbliže definiranoj točki te ćelije nego ijednoj drugoj (Ramella et al. 2001; Oklopčić et al. 2010). U ovom radu definirane točke predstavljaju položaje galaksija na nebeskoj sferi. Time je svakoj galaksiji pridružena Voronoi ćelija određene površine, a inverz te površine jest broj površinske gustoće ćelije. To znači, što je ćelija manja, njena površinska gustoća je veća.

⁵<http://www.exelisvis.com/ProductsServices/IDL.aspx>



Slika 5: Voronoi dijagrami simuliranih protojata za tri različite vrste (Coma u lijevom stupcu, Fornax u srednjem stupcu i Virgo u desnom stupcu) na crvenim pomacima $z=2, 3, 4$ i 5 (od gore, prema dolje, redom). Voronoi ćelije su identificirane plavim linijama. Crnim točkama su označene galaksije u ćelijama veće površinske gustoće od inter-kvartilnog raspona. Crnim kružnicama centriranih u središtu protojata su prikazana područja sa radijusima od $1'$, $5'$ i $10'$.



Slika 6: Diferencijalni profil viška gustoće ($\frac{\delta_\rho}{\delta r}$ u ovisnosti o r) za simulirana protojata prikazanim na Slici 5 (sa istim redoslijedom tipa protojata i crvenih pomaka kao i na Slici 5). Crvenim linijama su označeni efektivni radijusi dani u Chiang et al. (2013).

Traženjem protojata, promatramo dio neba unutar zadanog raspona crvenih pomaka ($z_0 \pm \Delta z_{z_0}$). Granice tog raspona (Δz_{z_0}) su definirane prema Smolčić et al. (2014) kao $\Delta z_{z_0} = 1.5\sigma_{\Delta z/(1+z)}$ (gdje je σ definirana u Odjeljku 2). Voronoi teselacijom promatranog dijela neba dobivamo Voronoi dijagram kao na Slici 5, na kojem se može zasebno prikazati galaksije viška gustoće (*engl. overdense galaxy*). Kriterij za galaksije viška gustoće jest taj da te galaksije leže u ćelijama površinske gustoće veće od inter-kvartilnog raspona površinskih gustoća tj. površinska gustoća je veća od trećeg kvartila raspodjele. Nakon toga, moguće je odrediti središte područja sa viškom galaksija ("overdensity" područje; gušće grupirano područje na nebu).

Sljedeći korak je određivanje gustoće galaksija kao funkcije udaljenosti od središta područja s viškom galaksija ("overdensity" područje), nađenog gore opisanom Voronoi metodom. Vrijednost viška gustoće, dana veličinom δ_g (u nekom kružnom isječku definiranom sa x), se definira kao:

$$\delta_g(x) = \frac{n(x)}{\langle n \rangle} - 1 \quad (2)$$

gdje je sa δ_g definiran višak gustoće broja galaksija na kružnom isječku određene površine. Broj površinske gustoće kružnog isječka je $n(x)$, a $\langle n \rangle$ je srednja vrijednost površinske gustoće galaksija u nekom ansamblu (npr. nasumično odabranih dijelova neba ili jednog velikog dijela neba). Primjer δ_g dijagrama je dan na Slikama 6 i 7.

4 Simulacije i analiza simuliranih protojata u COSMOS polju

Cilj ovog rada je simulacija protojata u COSMOS polju te kvantificiranje nedostataka metode traženja protojata u COSMOS polju (opisane u prošlom odjeljku) uzimajući u obzir pogreške mjerenja unutar COSMOS pregleda neba (npr. crveni pomaci). U Odjeljku 4.1 se opisuje postupak simulacije protojata u COSMOS polju, a u Odjeljku 4.2 je analiza simuliranih protojata, te određivanje kompletnosti i kontaminacije. Zaključno, u Odjeljku 4.3 se opisuje način računanja efektivnog radijusa protojata.

4.1 Simuliranje protojata

Prvi korak u simuliranju protojata u COSMOS polju jest stvoriti polje uniformno raspodijeljenih galaksija prateći površinsku gustoću galaksija u COSMOS polju, prikazanu na Slici 2. To smo učinili na sljedeći način: znajući broj galaksija na određenom crvenom pomaku (tj. u određenom segmentu crvenog pomaka), prostor jednog kvadratnog stupnja (koje zahvaća izabrani dio COSMOS polja, na tom crvenom pomaku) smo podijelili na jednak broj pravokutnih dijelova (tako da svaki sadrži samo jednu galaksiju) te unutar svakog tog dijela smo nasumično postavili galaksiju (Slika 8). Razlog korištenja te tehnike jest taj da se galaksije u polju ne grupiraju (detaljnije objašnjenje slijedi u Odjeljku 5). Unutar svakog razreda (*engl. bin*) crvenog pomaka, svim galaksijama smo nasumično dodijelili crveni pomak unutar tog razreda. Tako smo svim galaksijama dodijelili vektore deklinacije, rektascenzije i crvenog pomaka, koje smo koristili za daljnje simuliranje.

Sljedeći korak je simuliranje protojata. Pri tome smo koristili podatke o višku gustoće iz Chiang et al. (2013). Chiang et al. su koristili *Millenium Run (MR)⁶ dark matter N-body simulation* (Springel et al. 2005) kako bi simulirali razvoj jata iz protojata. Jata se opažački identificiraju pomoću "viška gustoće" (*engl. overdensity*) galaksija, tamne tvari, ICM na skali od 1 Mpc. Chiang et al. definiraju protojato kao strukturu koja se sastoji od galaksija, ICM i haloa DM, koji se sažmu u masivno, kompaktno jato na $z = 0$. Kako postoje jata različitih masa (najmasivniji je "Coma" tip sa $\geq 10^{15} M_\odot$, "Virgo" tip sa $3 - 10 \times 10^{14} M_\odot$ i "Fornax" tip sa $1.37 - 3 \times 10^{14} M_\odot$), tako su prema njima nazvani i njihovi preci (protojata tipa Coma, Fornax i Virgo). Chiang et al. (2013) daju profile viška gustoće za svaki tip protojata i za crvene pomake $z=2, 3, 4$ i 5 , prikazane na Slici 7. Prateći te profile simulirali smo protojata.

Svakom protojatu smo nasumično odredili središte protojata u COSMOS polju, na način da protojato ne bude smješteno izvan polja. Kako bi odredili raspodjelu galaksija protojata oko središta, bilo je potrebno znati površinsku gustoću galaksija protojata ($n(x)$) unutar kružnih isječaka (označenim sa x) oko središta protojata. Taj broj smo dobili koristeći relaciju 2, gdje je $\langle n \rangle$ broj površinske gustoće galaksija u polju. Vrijedi relacija: $\langle n \rangle = N_{bkg}/A_{bkg}$ (gdje je N_{bkg} broj galaksija u polju, na nekom prostoru površine A_{bkg}). U slučaju naše simulacije, N_{bkg} je broj galaksija u polju COSMOS pregleda neba na određenom crvenom pomaku, a površina A_{bkg} jest 1 stupanj kvadratni tj. površina odabranog dijela COSMOS polja. Tako se vrijednost broja površinske gustoće (*engl. number density*) galaksija protojata, $n(x)$ u određenom kružnom isječku (označenim sa x) računa na sljedeći način:

$$n(x) = \frac{N_g(x)}{A(x)} = \langle n \rangle (\delta_g + 1) = \frac{N_{bkg}}{A_{bkg}} (\delta_g + 1) \quad (3)$$

gdje N_g predstavlja broj galaksija protojata u kružnom isječku, sa površinom vrijednosti $A(x)$.

Tako, krenuvši od središta protojata i početnog kružnog isječka, unutar svakog isječka smo nasumično postavili onoliko galaksija kolika je bila cijelobrojna vrijednost broja $n(x)$. Pošto je većina vrijednosti $n(x)$ bila manja od jedan (te se time nisu mogle simulirati galaksije), umjesto računanja $n(x)$ kružnih isječaka, računali smo zbroj vrijednosti $n(x)$ unutar nekog radijusa oko središta. To smo radili sa ciljem određivanja broja simuliranih galaksija unutar zadanog radijusa. Ukoliko je zbroj $n(x)$ prešao neku cijelobrojnu vrijednost, tada smo unutar zadanog radijusa simulirali onoliko galaksija koliko iznosi ta cijelobrojna vrijednost. Zatim smo trenutnom zbroju $n(x)$ oduzeli iznos te cijelobrojne vrijednosti (kako ne bi simulirali višak galaksija). Nakon tog postupka, izmjerili smo $n(x)$ za sljedeći kružni isječak (sa većim radijusom), pridodali tu vrijednost trenutnom zbroju $n(x)$ i odredili broj novih galaksija koje je trebalo nasumično postaviti unutar novog radijusa. Time smo simulirali protojato, te svakoj galaksiji dodijelili vektore rektascenzije i deklinacije.

Kako bismo bili u mogućnosti galaksijama dodijeliti fotometrijski crveni pomak, koristili smo vezu između fotometrijskih i spektroskopskih crvenih pomaka danim u Odjeljku 2. Prvo, pretpostavili smo da sve galaksije protojata imaju crveni pomak protojata u kojem se nalaze tj. da su njihovi crveni pomaci $z_0 = 2, 3, 4$ i 5 . Zbog disperzije brzina galaksija (koje smo im nasumično odredili) unutar protojata, njihovi spektroskopski cr-

⁶ <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/>

veni pomaci prate određenu Gaussovu raspodjelu. Vrijednosti tih crvenih pomaka (z) smo odredili koristeći relaciju 1. Koristeći pogrešku fotometrijskog crvenog pomaka u ovisnosti o $z+1$ (Odjeljak 2) COSMOS polja, nasumično su se odredile vrijednosti fotometrijskog crvenog pomaka za sve galaksije protojata. Time smo galaksijama protojata i galaksijama u polju dodijelili sva tri vektora (rektascenzije, deklinacije i crvenog pomaka).

4.2 Određivanje kontaminacije, kompletnosti i efektivnih radijusa

Definirali smo dva karakteristična broja, koja nam služe pri određivanju nedostatka metode traženja protojata na simuliranom nebu, kompletnost i kontaminaciju. Kompletnost protojata (n_{komp}) smo definirali kao:

$$n_{komp} = \frac{N_{pc}^{out}}{N_{pc}^{in}} \quad (4)$$

gdje je N_{pc}^{in} broj galaksija simuliranog protojata, a N_{pc}^{out} je broj galaksija protojata nakon što je aplicirana metoda traženja protojata u COSMOS polju (opisana u Odjeljku 3).

Nadalje smo definirali kontaminaciju protojata (n_{kont}) koja opisuje udio galaksija koje metoda traženja protojata u COSMOS polju identificira, a koje ne pripadaju simuliranom protojatu. Promatrajući neku površinu neba (koju označimo sa x) unutar kruga protojata (u slučaju ovog rada, ta površina jest kružni isječak oko središta protojata), vrijednost kontaminacije je određena kao:

$$n_{kont}(x) = \frac{N_{bkg}^{out}(x) + N_{pc}^{out}(x)}{N_{pc}^{out}(x)} = \frac{N_{bkg+pc}^{out}(x)}{N_{pc}^{out}(x)} \quad (5)$$

gdje je $N_{pc}^{out}(x)$ već prije definiran broj galaksija protojata nakon provedene metode traženja protojata, na površini x . $N_{bkg+pc}^{out}(x)$ je ukupan broj svih galaksija na površini x , nakon provedene metode traženja protojata. Taj broj je zbroj broja galaksija u polju N_{bkg}^{out} i broja galaksija protojata $N_{pc}^{out}(x)$.

Uzimajući u obzir kompletnost i kontaminaciju, naposljetku računamo efektivni radijus simuliranih protojata, identificiranih metodom traženja protojata u COSMOS polju na sljedeći način. Nakon provedene metode traženja protojata, u svakom kružnom isječku (x) oko središta protojata se odredi ukupan broj galaksija. Taj broj jest $N_{pc+bkg}^{out}(x)$. Znajući broj kontaminacije ($n_{kont}(x)$) u svakom isječku, te broj kompletnosti za protojato (n_{komp}), moguće je odrediti realan broj galaksija protojata (prije provedene metode traženja protojata) unutar danog isječka. Taj broj je diferencijalni broj galaksija protojata u kružnom isječku, $N_{real}(x)$, te se računa sljedećom relacijom:

$$N_{real}(x) = \frac{N_{pc+bkg}^{out}(x)}{n_{komp}} \cdot n_{kont}^{-1}(x) \quad (6)$$

Valja imati na umu da i dalje ne možemo odrediti, koje galaksije pripadaju protojatu, te gdje se nalaze sve galaksije protojata. Znajući diferencijalni broj galaksija po kružnim isječcima oko središta, izračunali smo površinsku gustoću ($n_{dens}(x)$) galaksija, svakog kružnog isječka, na način :

$$n_{dens}(x) = \frac{N_{real}(x)}{A_x} \quad (7)$$

gdje je površina isječka dana sa A_x .

Znajući diferencijalni broj galaksija protojata po kružnim isječcima i radijuse kružnih isječka (r_i), mogli smo izračunati normirani, integralni broj galaksija ($N_{int}^{<r}$). Taj broj smo dobili tako da zbrojimo sve galaksije unutar nekog radijusa (r_i), te normiramo dani broj sa ukupnim brojem galaksija protojata (N_{uk}) :

$$N_{int}^{<r_i} = \frac{\sum_{j=1}^i N_{real}^j}{N_{uk}} \quad (8)$$

Po simulacijama koje su napravili Chiang et al., protojato se sastoji od nevirijaliziranog skupa razdvojenih haloa (Slika 1). Stoga su, za određivanje veličine protojata, definirali efektivni radijus kao standardnu devijaciju mase protojata (Chiang et al. 2013). Pošto u Chiang et al. (2013) simuliraju protojata sa određenom raspodelom mase, što u ovom radu nije bilo moguće, modificirali smo jednadžbu efektivnog radijusa (danim u Chiang et al. 2013), pretpostavljajući da su sve galaksije iste mase. Stoga smo jednadžbu efektivnog radijusa (r_{eff}) izveli, znajući diferencijalni broj galaksija (N_{real}^j) protojata u ovisnosti o udaljenosti (r_j) od središta protojata:

$$r_{eff} = \sqrt{\frac{\sum_j (x_j - x_{cen}^{pc})^2}{N_{uk}}} = \sqrt{\frac{\sum_j N_{real}^j \cdot r_j^2}{N_{uk}}} \quad (9)$$

gdje je x_j položaj svake galaksije, x_{cen}^{pc} položaj središta protojata, r_j radijus kružnog isječka sa diferencijalnim brojem galaksija (N_{real}^j). Na taj način smo odredili efektivne radijuse protojata, nakon provedene metode traženja protojata.

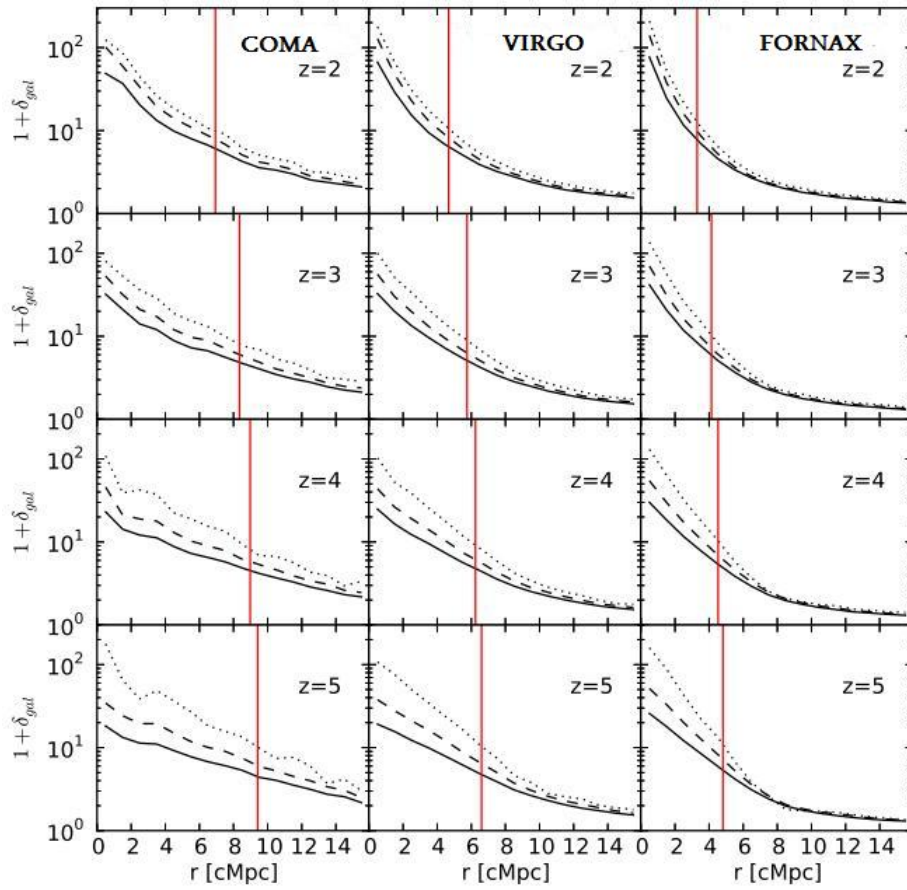
5 Rezultati

Prema metodi opisanoj u prošlim odjeljcima, simulirali smo 15 protojata, za svaki tip (Coma, Virgo i Fornax) na crvenim pomacima $z=2, 3, 4$ i 5 .

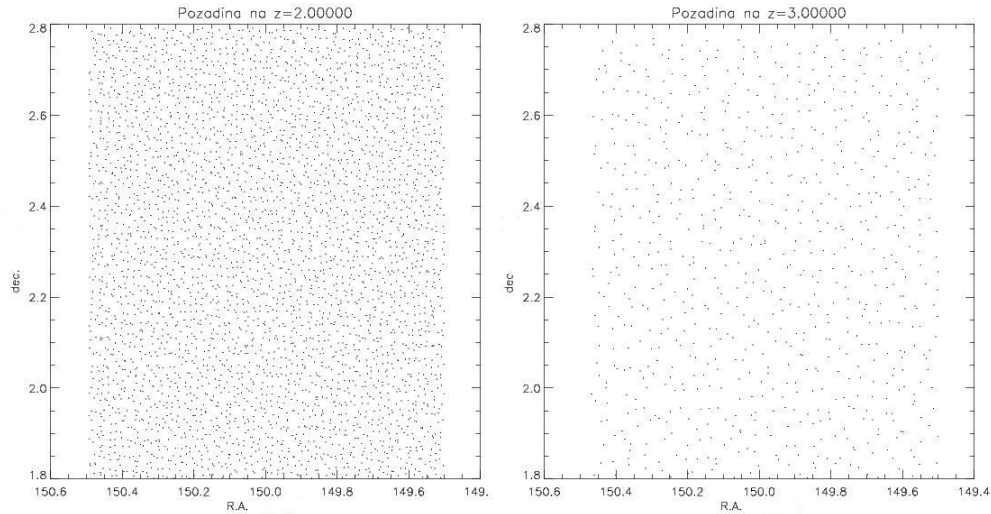
Simulirano COSMOS polje sa galaksijama u polju prikazujemo na Slici 8, gdje smo prikazali primjere na crvenim pomacima $z=2$ i 3 . Važno je istaknuti da smo galaksije u polju namjerno postavili na način opisanim u Odjeljku 4.1, kako bi se galaksije što ravnomjernije rasporedile i kako se ne bi grupirale. Na takav način smo smanjili utjecaj grupiranosti tih galaksija na određivanje površinske gustoće viška galaksija, prilikom provedene metode traženja protojata.

Simulirana jata za svaki crveni pomak protojata prikazujemo na Slici 9 (lijevi stupac), te raspodjelu fotometrijskih crvenih pomaka galaksija prikazujemo u desnom stupcu Slike 9. U desnom stupcu su dani broj galaksija protojata, srednja vrijednost raspodjele fotometrijskih crvenih pomaka i standardna devijacija dane raspodjele.

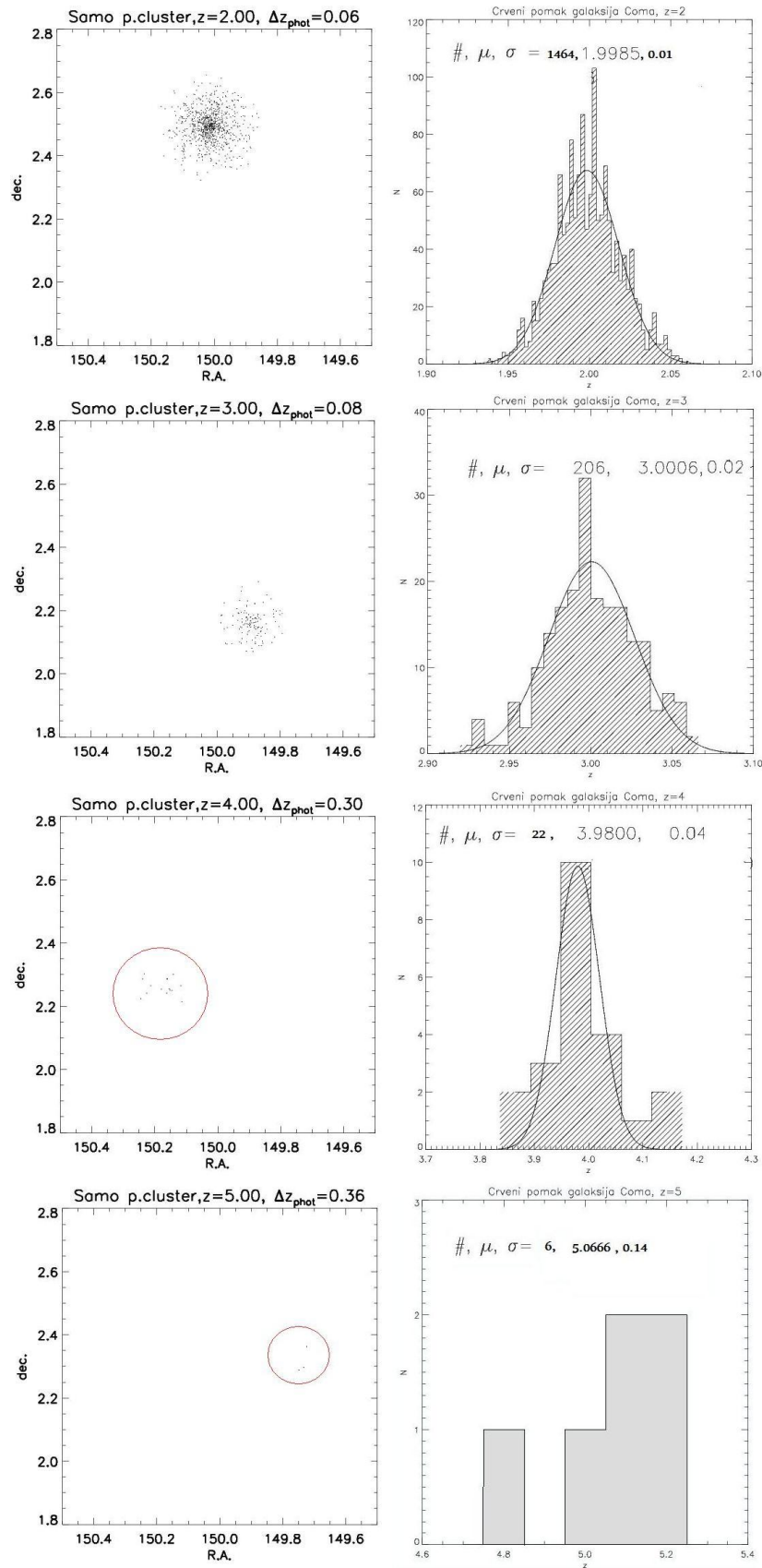
Voronoi dijagrami COSMOS polja sa protojatima, su prikazani na Slici 5, za svaki tip protojata i za sve crvene pomake ($z=2, 3, 4$ i 5). Crnim točkama smo označili galaksije koje leže u ćelijama površinske gustoće veće od inter-kvartilnog raspona (gustoće veće od trećeg kvartila raspodjele). Crnim kružnicama (centriranim u središtu u protojata) su prikazana područja sa radijusima od $1'$, $5'$ i $10'$.



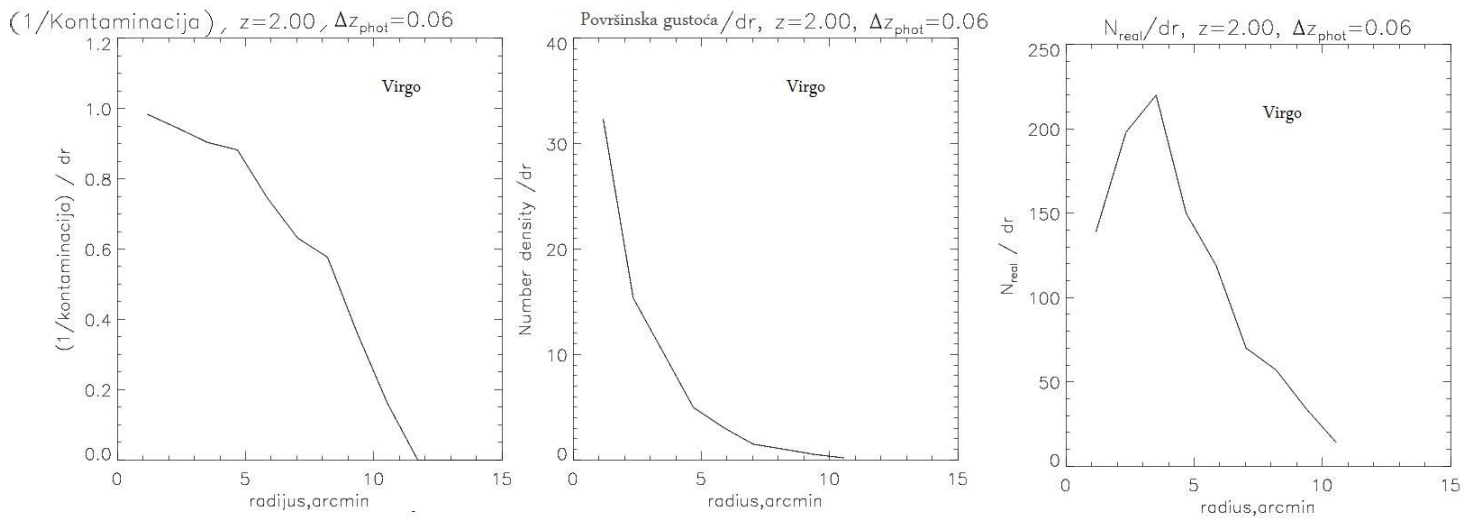
Slika 7: Prikaz diferencijalnog profila viška gustoće, za tri tipa protojata (Coma u lijevom stupcu, Virgo u srednjem stupcu i Fornax u desnom stupcu), za različite crvene pomake $z=2, 3, 4$ i 5 (od gore, prema dolje, redom). Protojata sa galaksijama sa brzinom zvjezdanoga formiranja (*engl. star formation rate*) većim od $>1 M_{\odot}\text{god}^{-1}$ (kojeg smo mi koristili), $>10^9 M_{\odot}\text{god}^{-1}$ i $>10^{10}M_{\odot}\text{god}^{-1}$ su prikazani sa punom, isprekidanom i točkastom linijom. Crvenom linijom su označeni izračunati efektivni radijusi protojata u Chiang et al. (2013). Na apcisi su dane vrijednosti kovarijantnih udaljenosti (cMpc), a na ordinati vrijednosti $\delta_g + 1$. Slika je preuzeta iz Chiang et al. (2013).



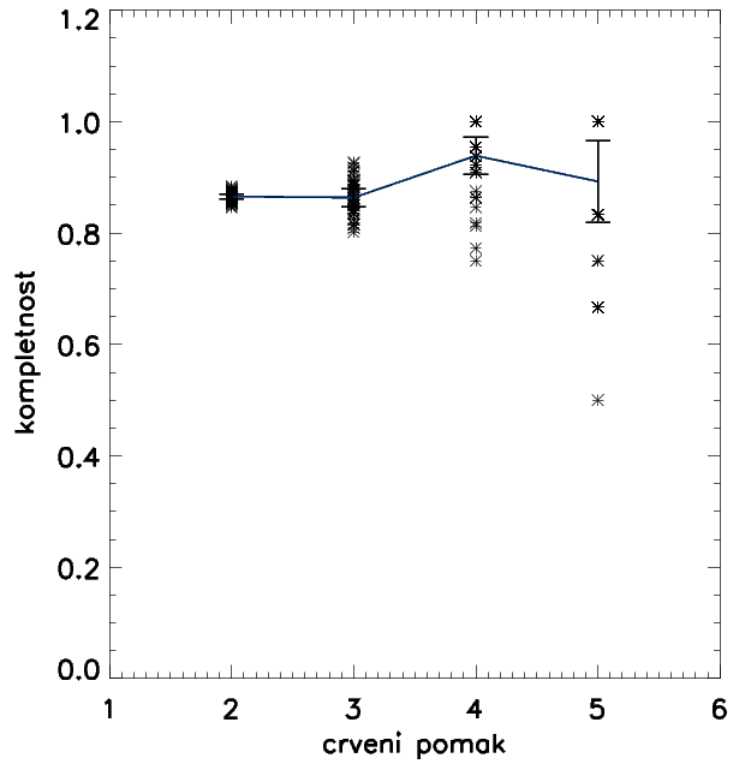
Slika 8: Prikaz simulacije galaksija u polju, za crveni pomak $z = 2$ (lijevo) i $z = 3$ (desno). Crne točke predstavljaju galaksije, dok su na osima prikazane rektascenzija i deklinacija (u stupnjevima).



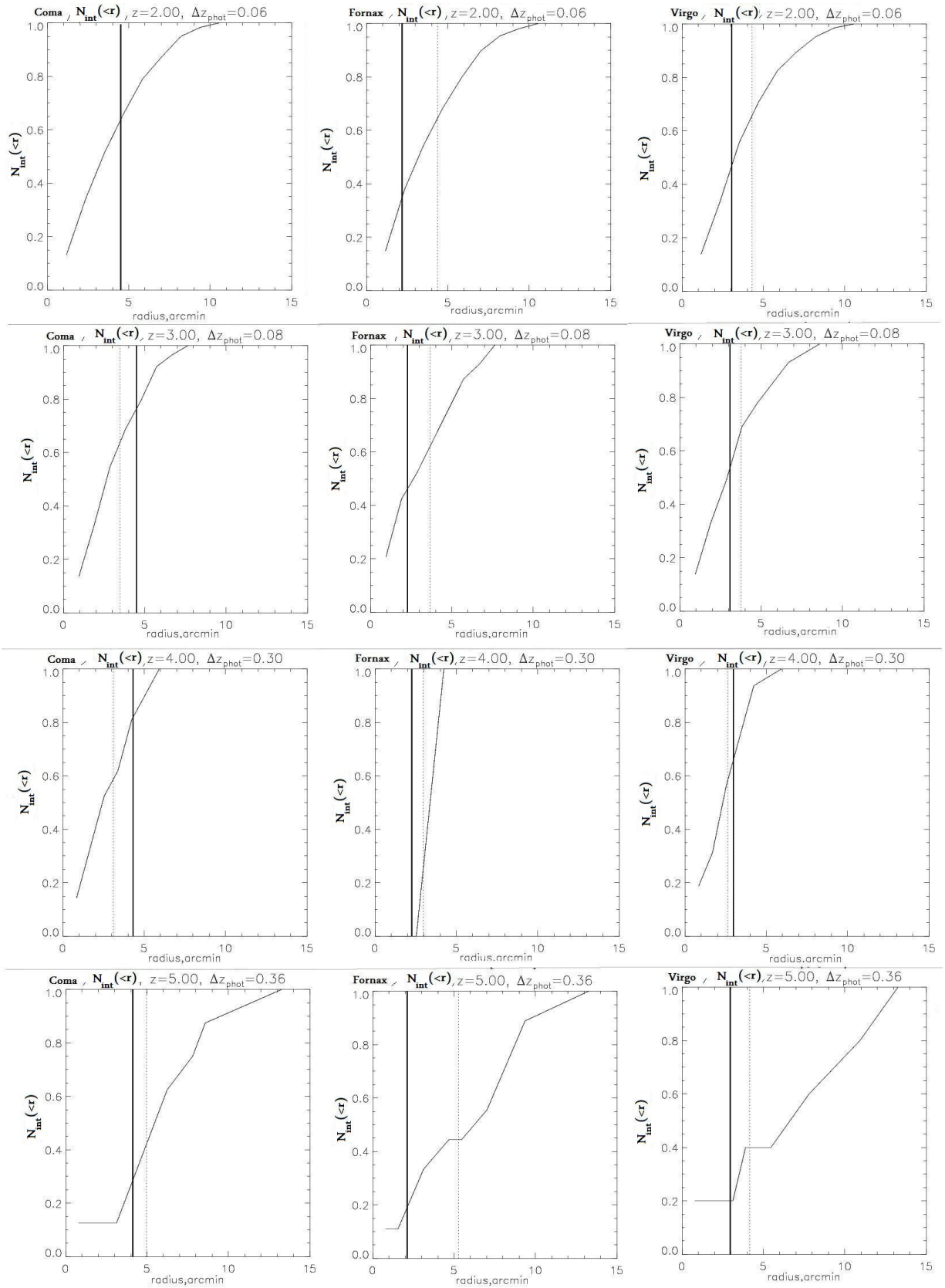
Slika 9: Prikaz simuliranih protojata (lijevi stupac) i raspodjele crvenih pomaka galaksija koji pripadaju protojatima (desni stupac), na crvenim pomacima $z=2, 3, 4$ i 5 (od gore, prema dolje, redom). U lijevom stupcu gdje su prikazana protojata, rektascenzija je prikazana na apcisi, deklinacija na ordinati, te su protojata na $z=4$ i 5 zaokružena. U desnom stupcu, na slikama su ispisane vrijednosti ukupnog broja galaksija protojata, srednje vrijednosti raspodjele crvenog pomaka i pripadajuće standardne devijacije Gaussove raspodjele.



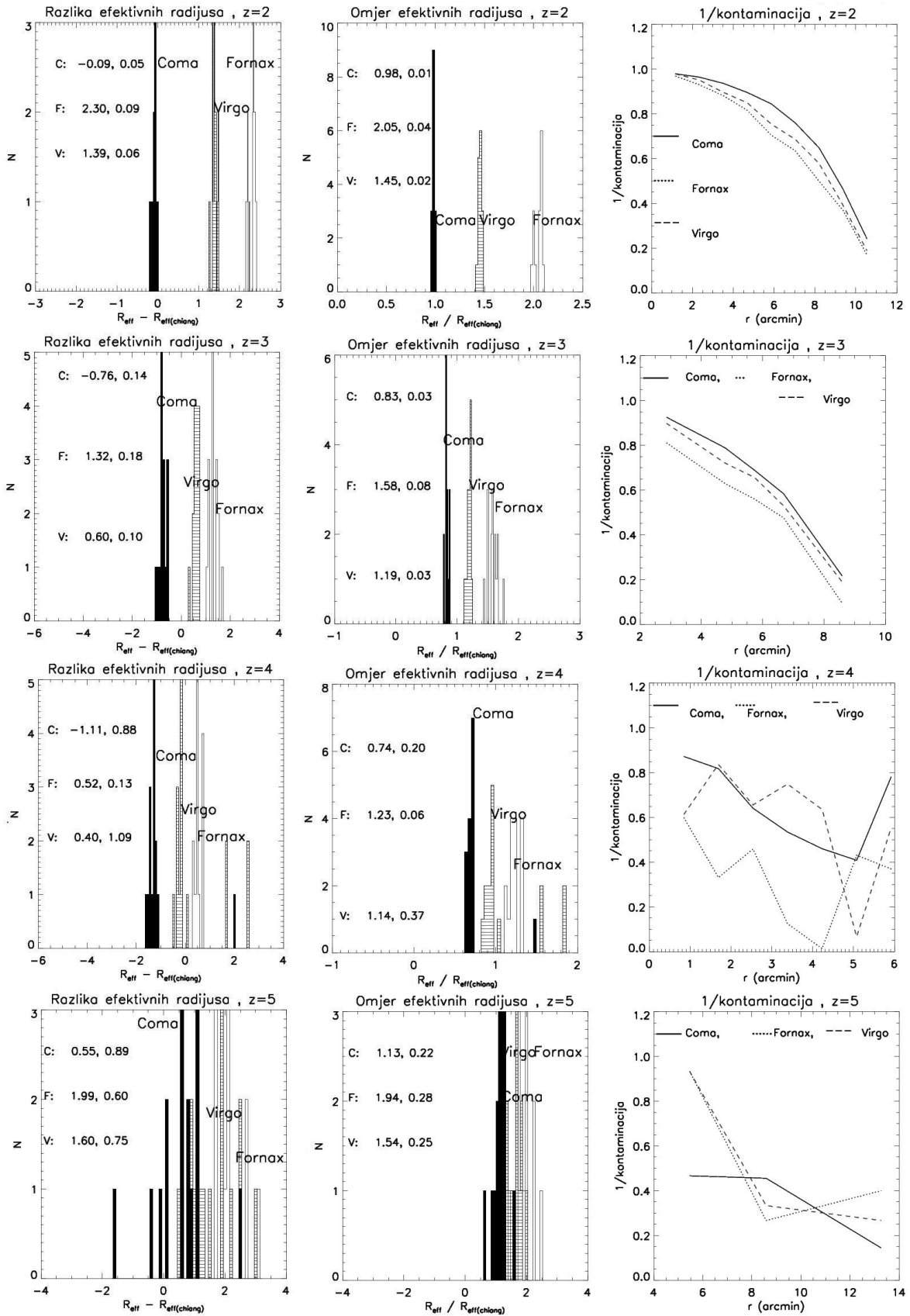
Slika 10: Prikaz ponašanja kontaminacije, diferencijalnog broja površinske gustoće galaksija i diferencijalnog statističkog broja galaksija u odnosu na udaljenost od središta protojata Virgo. Ponašanje funkcije kontaminacije je prikazano funkcijom n_{kont}^{-1} . Za detalje vidi tekst (Odjeljak 4).



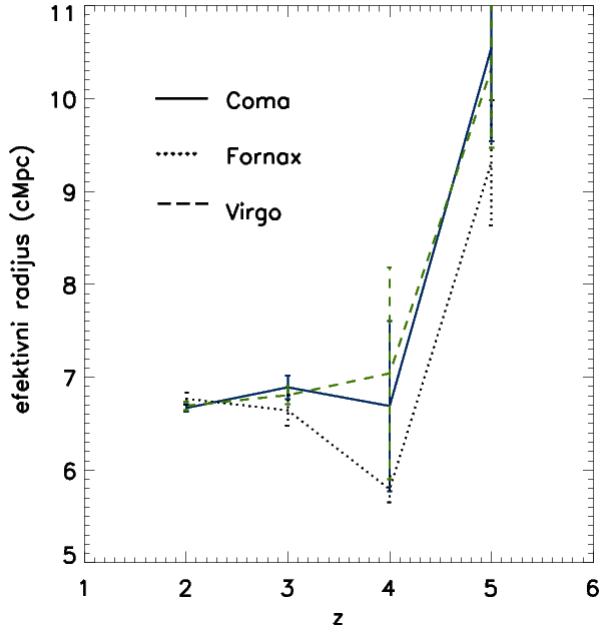
Slika 11: Prikaz komplettnosti u ovisnosti o crvenom pomaku. Zvezdicama su označene vrijednosti komplettnosti svih generiranih protojata, za sve tipove, a s punom linijom je označena srednja vrijednost i standardne devijacije komplettnosti cijelog ansambla.



Slika 12: Prikaz ponašanja normiranog, integralnog broja galaksija ($N_{int}^{<r}$) za tri različite vrste (Coma u lijevom stupcu, Fornax u srednjem stupcu i Virgo u desnom stupcu) na crvenim pomacima $z = 2, 3, 4$ i 5 (od gore, prema dolje, redom). Isprekidanom linijom su prikazane vrijednosti izračunatog efektivnog radijusa, dok su sa debljom punom linijom prikazani efektivni radijusi iz Chiang et al. 2014.



Slika 13: Razlika (lijevi stupac) i omjer (srednji stupac) efektivnih radijusa i radijusa iz Chiang et al. (2013) za različite crvene pomake ($z=2, 3, 4$ i 5 , od gore, prema dolje, redom), te prikaz ponašanja kontaminacije (desni stupac). Na svakoj slici lijevog i srednjeg stupca, ispisane su srednja vrijednost (prvi broj) i standardna devijacija (drugi broj) raspodjele razlike i omjera radijusa. Slovom, imenom i bojom su označeni različiti tipovi protojata : 'C' i crna boja predstavlja Comu, 'F' i bijela boja predstavlja Fornax, te 'V' i vodoravne linije predstavljaju Virgo. U desnom stupcu je prikazano ponašanje kontaminacije o udaljenosti od središta protojata, za tri tipa (Coma je prikazana punom linijom, Fornax točkastom, a Virgo isprekidanom).



Slika 14: Efektivni radijusi u ovisnosti o crvenom pomaku, za tri tipa protojata. Podaci pokazuju ponašanje radijusa za tri tipa protojata: Coma (puna, plava linija), Fornax (točkasta, crna linija) i Virgo (isprekidana, zelena linija), te raspon standardne devijacije za sva tri tipa (prikazane stupcima pogreške). Na osi ordinati, prikazana je skala radijusa u kovarijantnim Mpc.

Na Slici 6 su prikazane površinske gustoće viška galaksija kao funkcija udaljenosti od središta protojata, za ista protojata koja se nalaze na Slici 5. Također su na slici označeni efektivni radijusi protojata, kojeg su Chiang et al. izračunali.

U lijevom stupcu Slike 10 smo prikazali primjer ponašanja kontaminacije protojata, u ovisnosti o udaljenosti od središta protojata. Radi lakše vizualizacije (kontaminacija raste na većim udaljenostima od središta protojata) prikazali smo vrijednosti $n_{kont}^{-1}(x)$ u odnosu na udaljenosti od središta. Ta vrijednost pada na 0 izvan granica protojata. U srednjem stupcu Slike 10 smo predstavili primjer ovisnosti diferencijalnog broja površinske gustoće ($n_{dens}(x)$ po kružnim isječcima) galaksija protojata o udaljenosti od središta. Diferencijalni broj galaksija protojata, (N_{real}/dr) je prikazan u desnom stupcu.

Na Slici 11 je prikazana ovisnost potpunosti o crvenom pomaku. Zvezdicama su označene potpunosti svih protojata, dok je linijom opisano ponašanje srednje vrijednosti potpunosti svih protojata u ovisnosti o crvenom pomaku (na $z=2, 3, 4$ i 5). Također je na slici označena i standardna devijacija tih rezultata.

Na Slici 12 je prikazano ponašanje normiranog, integralnog broja galaksija ($N_{int}^{<r}$) za svaki tip i crveni pomak protojata. Također su označeni efektivni radijusi dani u Chiang et al. (2013), te efektivni radijusi koje smo mi izračunali. Naši efektivni radijusi i radijusi koje su Chiang et al. izračunali se razlikuju. Razliku i omjere tih dvaju radijusa smo prikazali na Slici 13.

U lijevom stupcu, Slike 13, prikazane su razlike efektivnih radijusa (naših i od Chiang et al.) za svaki tip protojata, na crvenim pomacima $z=2, 3, 4$ i 5 . Ispisane su srednje vrijednosti i standardne devijacije distribucija, za svaki tip protojata. U srednjem stupcu, Slike 13, dani su omjeri tih efektivnih radijusa za svaki tip, na crvenim pomacima $z=2, 3, 4$ i 5 . Za omjere su

također ispisane srednje vrijednosti i standardne devijacije. U desnom stupcu su prikazane kontaminacije u ovisnosti o udaljenosti od središta protojata, za sva tri tipa protojata, na svim crvenim pomacima.

Zaključno, na Slici 14 je prikazana ovisnost efektivnih radijusa o crvenom pomaku protojata, za sva tri tipa protojata. Također su prikazane standardne devijacije.

6 Rasprava i zaključak

Voronoi dijagramima na prvi pogled možemo lako identificirati postojanost protojata na malim crvenim pomacima, dok je za crvene pomake $z=4$ i 5 teže izdvojiti protojata od okruženja (Slika 5). Razlog tomu je što na manjim crvenim pomacima protojata sadrži veliki broj galaksija, dok na višim sadrži mali broj. Također, na većim crvenim pomacima, standardna devijacija fotometrijskih crvenih pomaka galaksija raste.

Površinska gustoća viška galaksija kao funkcija udaljenosti od središta (Slika 6), je za $z=2$ i 3 glatka padajuća funkcija, za $z=4$ jest padajuća ali nije više glatka, dok za $z=5$ pokazuje nepravilno ponašanje. Na manjim crvenim pomacima (za $z=2$ i 3) ona je glatka, zbog velikog broja galaksija protojata, koji se pravilno raspodjeljuju oko središta. Na većim crvenim pomacima to ponašanje izrazito ovisi o statističkoj prirodi simulacije tj. o nasumičnosti postavljanja galaksija na dane koordinate i crvene pomake, zbog malog broja galaksija protojata. Stoga je bilo važno što pravilnije postaviti galaksije u polju, kako bi se što manje grupirale i pritom značajno ne mijenjale δ_g funkciju oko središta.

Na Slici 11 je vidljivo da potpunost protojata veoma blago raste, u odnosu na crveni pomak na kojem se nalazi protojata (z_0). Devijacija potpunosti raste. Razlog porasta potpunosti leži u porastu raspona crvenog pomaka, Δz_{z_0} . Sa porastom crvenog pomaka protojata, raspon crvenog pomaka je veći te može statistički obuhvatiti veći udio galaksija protojata. Nasumičnosti generiranja fotometrijskih crvenih pomaka galaksija protojata rezultira većom devijacijom potpunosti protojata.

Ponašanje kontaminacije u ovisnosti o udaljenosti od središta protojata je prikazano na Slici 13 (desni stupac). Kontaminacija očekivano raste sa udaljenosti od središta protojata. Za crvene pomake $z=4$ i 5 to je ponašanje nepravilno, zbog malog broja galaksija protojata i galaksija u polju te zbog nasumičnog generiranja položaja tih galaksija. Ako se unutar nekog kružnog isječka ne nalazi galaksija u polju, kontaminacija pada na 1, a ukoliko unutar kružnog isječka nema galaksija protojata, kontaminacija naglo raste. Taj efekt je izraženiji na većim crvenim pomacima te su stoga krivulje kontaminacija za $z=4$ i 5 nepravilnije. Uočili smo da Fornax ima veću tendenciju kontaminacije u odnosu na protojata tipa Virgo ili Coma. To pripisujemo činjenici da Fornax i Virgo imaju manji broj galaksija od protojata tipa Coma te su im δ_g funkcije manjeg iznosa, na istim udaljenostima od središta protojata (Slika 7).

Naši rezultati efektivnih radijusa protojata (Slika 13) pokazuju značajna odstupanja od rezultata dobivenih u Chiang et al. (2013). Za razliku od protojata tipa Coma, gdje je omjer radijusa približno jednak jedan (od 0.74 do 1.13), omjer radijusa za Fornax i Virgo se značajno razlikuju (od 1.23 do 2.05 za Fornax, te od 1.14 do 1.45 za Virgo). Standardne devijacije razlike i omjera očekivano rastu zbog nasumičnog postavljanja malog broja galaksija protojata na većim crvenim pomacima. Naša pretpostavka odstupanjima jest ta da zbog drugačije ras-

podjele mase unutar protojata, dobivamo drugačije rezultate. Za razliku od nas (gdje smo pretpostavili da sve galaksije naših protojata imaju istu masu), Chiang et al. su u svojim simulacijama uključili, ne samo tip i masu svake pojedine galaksije, već i masu ICM i DM, koje čine do 95% ukupne mase protojata. Zbog različite grupiranosti i raspodjele mase (koja ne mora slijediti distribuciju galaksija) dobivamo drugačije vrijednosti.

Zbog zadane definicije efektivnog radijusa, Chiang et al. dobivaju rezultate u kojima se unutar efektivnog radijusa protojata nalazi do 65% masa pojedinih haloa i do 40% ukupne mase protojata. Kao što je vidljivo na Slici 12, na malim crvenim pomacima ($z=2$ i 3), unutar naših efektivnih radijusa se nalazi oko 65% galaksija (tj. radijus je na $N_{int}^{<r} \approx 0.65$). Ako bi pretpostavili da nam galaksije predstavljaju haloe unutar protojata, ti rezultati se slažu sa pretpostavkom Chiang et al. Na većim crvenim pomacima ($z=4$ i 5), efektivni radijusi sadrže oko 45% galaksija (tj. radijus je na $N_{int}^{<r} \approx 0.45$). Razlog tome jest u statističkoj prirodi postavljanja galaksija, gdje zbog malog broja galaksija standardna devijacija efektivnih radijusa raste (Slika 14).

Uočili smo i značajan porast standardne devijacije radijusa protojata na crvenom pomaku $z=4$ (Slika 14) i značajan porast efektivnih radijusa na $z=5$. Uočljiva je anomalija u ponašanju radijusa na $z=4$, za tip Fornax i Coma, što pripisujemo statističkoj pogrešci. Kako bi se problem efektivnih radijusa djelomično riješio, potrebna je dodjela mase svakoj galaksiji po nekoj distribuciji mase. Također je potreban veći broj generiranih protojata, kako bi rezultati bili kvalitetniji, a raspodjele bolje.

Zahvalio bi se mentorici doc. dr. sc. Vernesi Smolčić, na mentorstvu i vođenju kroz ovaj rad. Posebno bi se zahvalio asistentu dipl. ing. Nikoli Baranu za tehničku pomoć i savjetovanje pri izvedbi simulacija i rada u programskom jeziku IDL. Zahvalio bih se dr. sc. Oscariu Miettineni i kolegici Niki Jurin, za pomoć i savjetovanje pri analizi protojata. Također se zahvaljujem dr. sc. Jacinti Delhaize, mag. phys. Mladenu Novaku i kolegi Krešimiru Tisaniću za savjetovanje i pomoć pri radu.

Literatura

- [1] Anderson, Herbert L. 1986, Los Alamos Science, 14, 96–108.
- [2] Angulo, Springel, White et al. 2012, MNRAS, 425, 2722
- [3] Capak, P. L., Riechers, D., Scoville, N. Z., et al. 2011, Nature, 470, 233
- [4] Chiang, Overzier, Gebhardt 2013, ApJ, 779, 127
- [5] Digby-North et al. 2010, RAS, 000, 1–8
- [6] Giodini, S., Pierini, D., Finoguenov, A., et al. 2009, ApJ, 703, 982
- [7] Hatch, N. A., De Breuck, C., Galametz, A., et al. 2011a, MNRAS, 410, 1537
- [8] Ilbert, O., McCracken, H. J., Le Fèvre, O., et al. 2013, A&A, 556, A55
- [9] Karas V. & Matt G. 2006; *Monte Carlo simulations of dusty gas discs around supermassive black holes* ; IAU Symposium No. 238
- [10] Katzgraber, Helmut G. 2011, *Introduction to Monte Carlo Methods* , (Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University College Station, Texas, USA, 2011)
- [11] Kriten J. Joshi et al. 2001, ApJ, 550, 691
- [12] Kurk, J., Venemans, B., Röttgering, H., et al. 2004, Astrophysics and Space Science Library, 301, pp 141-144
- [13] Kubo, M., Yamada, T., Ichikawa, T. et al. 2015, ApJ, 799, 38
- [14] Lehmer, B. D., Alexander, D. M., Geach, J. E., et al. 2009, ApJ, 691, 687
- [15] Lidman, C. E., & Peterson, B. A. 1996, AJ, 112, 2454
- [16] Markevitch, M.; Gonzalez, A. H. et al. 2004, ApJ, 606, 2, pp. 819-824
- [17] Oklopčić, A. et al. 2010, ApJ, 713, 484
- [18] Postman, M., Lubin, L., Gunn, J. E., et al. 1996, AJ, 111, 615 (P96)
- [19] Ramella M. , Boschin W. , Fadda D. and Nonino M. 2001, A&A, 368, 776-786
- [20] Riechers et al. 2014, ApJ, 796, 84
- [21] Rigby, E. E., Hatch, N. A., Röttgering, H. J. A. et al. 2013, MNRAS, 437, 2, p. 1882-1893
- [22] Rocha M. et al. 2008, RAS, 383, 1281–129
- [23] Salvato et al., u pripremi
- [24] Scoville, N., Aussel, H., Brusa, M., et al. 2007a, ApJS, 172, 1
- [25] Smolčić, V., Karim, A., Miettinen, O., Novak, N., et al. 2014, A&A, *prihvaćeno*
- [26] Smolčić, V., Miettinen, O., Tomičić, N., et al. 2014, A&A, *u pripremi*
- [27] Sparke S. L. & Gallagher J.S. , 2007 , *Galaxies in the Universe: An Introduction* , in Cambridge University Press, p. 278
- [28] Springel, White , Jenkis et al. 2005, Nature, 435, 629-636
- [29] Struble, Mitchell F.; Rood, Herbert J. 1999, ApJS, 125 (1): 35–71
- [30] Toshikawa, J., Kashikawa, N., Ota, K., et al. 2012, ApJ, 750, 137
- [31] Voit, G.M. 2005, Rev. Mod. Phys., vol. 77, Issue 1, pp. 207-258
- [32] Wilman et al. 2005, Mon. Not. R. Astron. Soc. 358, 71–87
- [33] <http://csep10.phys.utk.edu/astr162/lect/gclusters/groups.html>
- [34] <http://www.as.utexas.edu/~ykchiang/>